

EVALUATION DES PERFORMANCES PEDAGOGIQUES DES WILAYAS A L'EXAMEN DU BACCALAUREAT: APPLICATION DU MODELE MOVER-STAYER

Malika MOUHOUNI*
Amina MERAH**

Received: 09/04/2023/ Accepted: 16/07/2023 / Published: 08/01/2024

Corresponding author: mouhouni_m@yahoo.fr

RÉSUMÉ

Le modèle Mover-Stayer est une généralisation du modèle de chaîne de Markov. Ce modèle suppose l'existence de deux types d'individus, ceux qui restent dans leur état initial tout au long de la période d'observation, ces individus sont appelés « Stayer » et d'autres individus appelés « Mover », dont les changements de position dans le temps suivent un processus de Markov de premier ordre, avec une matrice de transition appelée M.

Ce modèle est appliqué à l'évolution des performances pédagogiques des 48 wilayas à l'examen national du baccalauréat sur la période 2008-2018. Il permet d'estimer les probabilités de transition entre les différents niveaux de performance (niveaux A, B, C) des wilayas mobiles (« Moving ») et la proportion de celles qui se maintiennent dans leur niveau de réussite de départ « Stayer » tout au long de la période d'observation. Nos résultats révèlent que la généralisation du modèle de Markov peut conduire à des modèles plus précis d'aide à la décision dans le secteur de l'éducation.

MOTS CLÉS : Model Mover-Stayer, Processus Markovien, Matrice de transition, Maximum de vraisemblance, Test d'hypothèses.

JEL CLASSIFICATION : C44, C01, C12.

* Maître de conférences Université d'Alger 3, Email : mouhouni_m@yahoo.fr, Algérie.

** Chercheure permanente CREAD, cheffe d'équipe Etude de population, Email : amina.merah@gmail.com/a.merrah@cread.dz, Algérie.

تقييم الأداء البيداغوجي للولايات في امتحان البكالوريا:

تطبيق نموذج Mover-Stayer

ملخص

نموذج Mover-Stayer، هو تعميم لنموذج سلسلة ماركوف. يفترض هذا النموذج وجود نوعين من الأفراد، النوع الأول يتمثل في الأفراد الذين يبقون في حالتهم الأولية طوال فترة المراقبة، ويطلق عليهم اسم "Stayer" والنوع الثاني والذي يطلق عليهم باسم « Mover » هم الأفراد الذين يخضع تغير موضعهم بمرور الوقت لسيرورة ماركوف من الدرجة الأولى. بمصفوفة انتقالية تسمى M.

تم تطبيق هذا النموذج على تطور الأداء البيداغوجي لـ 48 ولاية في الامتحان الوطني لشهادة البكالوريا خلال الفترة 2008-2018، حيث سمح لنا بتقدير احتمالات الانتقال بين مستويات الأداء المختلفة (A,B,C) للولايات المتنقلة «Movers»، ونسبة الولايات الثابتة التي حافظت على مستوى نجاحها الأولي «Stayers» طوال فترة الدراسة. بينت نتائج الدراسة أن تعميم نموذج ماركوف يمكن أن يؤدي إلى نماذج أكثر دقة لدعم القرار في قطاع التعليم.

كلمات مفتاحية: نموذج المتحرك-الثابت، سيرورة ماركوف، مصفوفة الانتقال، المعقولية العظمى، اختبار الفرضيات.

EVALUATION OF THE PEDAGOGICAL PERFORMANCE OF THE WILAYAS IN THE BACCALAUREATE EXAMINATION: APPLICATION OF THE MOVER-STAYER MODEL

ABSTRACT

The Mover-Stayer model, is a generalization of Markov's chain model. This model assumes the existence of two types of individuals, those who remain in their initial state throughout the observation period, these individuals are called "Stayer" and other individuals called "Mover", whose changes in position over time follow a first-order Markov process with a transition matrix called M.

This model is applied to the evolution of the pedagogical performance of the 48 wilayas in the national baccalaureate exam over the period 2008-2018. It makes it possible to estimate the probabilities of transition between the different levels of performance (levels A, B, C) of mobile wilayas ("Moving") and the proportion of those who maintain their initial level of success ("Stayer") throughout the observation period. Our results reveal that the generalization of the Markov model can lead to more accurate models of decision support in the education sector

Key words: Mover-Stayer model, Markovian process, Transition matrix, Maximum likelihood, Hypothesis testing.

INTRODUCTION

Les études portant sur la mobilité sociale sont très souvent appréhendées à travers le processus de Markov, qui fait l'hypothèse explicite que les individus sont homogènes dans leur processus d'évolution à travers le temps, à partir de leur position de départ. Cependant, les observations sur de nombreux phénomènes sociaux tels que la mobilité sur le marché du travail (Fougère, D., Kamionka, T, 2005), la mobilité géographique (Slavko, B, & all, 2021) la migration (Huang,

V., Unwin J. , 2020) et l'état de santé(Dai, H & all, 2020), révèlent que l'hypothèse sous-jacente au modèle du processus de Markov, à savoir l'homogénéité des comportements des individus dans leur transition entre les différents états qu'ils peuvent occuper au cours du temps n'est pas toujours au rendez-vous. Certains individus, en effet, semblent plus mobiles que d'autres ou l'intensité de transition entre les différentes positions est plus ou moins intense, selon le cas et le phénomène étudié. Si l'hypothèse d'homogénéité de comportement des individus à travers le processus étudié n'est pas observée, c'est à dire la population étudiée est hétérogène dans son processus de transition, la revue de littérature s'orienter en générale vers deux courants : le premier propose de scinder la population d'origine en sous-groupes d'individus plus homogènes dans leur comportement par rapport au phénomène étudié et un processus markovien est appliqué séparément à chacun d'eux. Alors que le second considère que la population est composée de deux types d'individus : les « Stayers » qui, tout au long de la période d'observation, se maintiennent dans le même « état » (niveau de performance dans notre cas) qu'ils occupaient au départ et les «Movers» qui sont homogènes dans leur mobilité et leur comportement satisfait à l'hypothèse de base d'un processus Markovien. Nous avons retenu la deuxième orientation dans notre travail.

Les méthodes d'estimation des paramètres du modèle «Mover-Stayer¹» sont nombreuses. Les premiers travaux d'estimation des paramètres de ce modèle ont été l'œuvre de Blumen, Kogen et McCarthy (Blumen,L., & all, 1955) que (Goodman, L. A, 1961) reprend un peu plus tard en y apportant un certain nombre d'améliorations.

L'objectif de cet article est d'étudier l'évolution des performances des 48 wilayas à l'examen du baccalauréat au cours de la période 2008-2018, à travers l'application des différentes méthodes d'estimation des

¹ Les termes « Mover » et « Stayer » sont empruntés à la littérature traitant du marché du travail. Ils caractérisent le degré de mobilité, sur une période donnée, entre emploi et chômage de la population active. Les movers sont ceux qui ont occupé au moins deux états différents (chômage, emploi) au cours de la période étudiée alors que les stayers sont les travailleurs qui se sont maintenus dans le même état (chômage ou emploi) depuis le début de l'enquête

paramètres du modèle Mover-Stayer (MV) présentées par Goodman en 1961, par lequel nous estimons les paramètres de la matrice de transition des wilayas « movers » et la matrice des wilayas « stayers ». Cette approche permet de proposer des politiques éducatives en adéquation avec le processus d'acquisition des connaissances pour un service plus harmonieux sur l'ensemble du territoire national.

1-REVUE DE LITTÉRATURE

Des études antérieures dans ce domaine ont exploré le modèle mover-stayer dans différents contextes pour comprendre les schémas de mobilité et de stabilité des individus ou des entités de recherche. Le modèle a été largement utilisé dans des domaines tels que la démographie, l'économie, la sociologie et l'éducation.

En éducation, plusieurs études ont utilisé le modèle mover-stayer pour analyser les transitions et les trajectoires des élèves, en se concentrant sur des aspects tels que la réussite scolaire, l'orientation et l'impact de ces changements sur les résultats scolaires et les opportunités futures de leur parcours (Fryer, 2017); (Oga-Baldwin & Fryer, 2018). Par conséquent, ces études n'ont souvent, pas abordé la façon dont le système éducatif est performant.

Notre article est basé sur les recherches de (Goodman, L. A, 1961), dont le but est de proposer à partir de différentes méthodes statistiques l'estimation des paramètres du modèle mover-stayer et d'analyser leurs caractéristiques qui peuvent être utilisées pour étudier les déplacements et les schémas résidentiels. Les résultats de l'étude démontrent que la méthode statistique développée permet une meilleure compréhension de la dynamique des comportements individuels de déplacement et d'habitation. Ils peuvent également identifier les facteurs qui affectent la probabilité de devenir un mover ou un stayer.

L'étude de (Kadam, & Fridman, 2004) porte sur l'estimation du modèle mover-stayer en temps continu, dans le but de proposer une méthode d'estimation précise et efficace d'un modèle de mover-stayer en temps continu, et d'appliquer la méthode à la migration des cotes de

crédit des obligations. Les auteurs examinent les données de notation de crédit pour plusieurs types d'obligations et utilisent le maximum de vraisemblance pour estimer les paramètres du modèle mover-stayer en temps continu et développent le test du rapport de vraisemblance pour différencier entre les chaînes de Markov et le modèle mover-stayer. Les résultats montrent que la méthode d'estimation proposée peut modéliser efficacement la migration des notations de crédit des obligations. Les auteurs identifient les principaux facteurs influençant le passage d'une catégorie de notation à l'autre et fournissent des estimations précises des probabilités de migration pour le modèle de mover-stayer au lieu des chaînes de Markov.

Les auteurs (Fougère & Kamionka, 2003), se focalisent sur l'inférence bayésienne pour les modèles de mover-stayer en temps continu, avec une application spécifique aux données de transition sur le marché du travail. Les chercheurs examinent les données de transition entre différents statuts d'emploi et identifient les facteurs clés influençant les transitions sur le marché du travail et estiment les probabilités de transition entre les différents états d'emploi. Les outils d'inférence bayésienne peuvent modéliser les transitions en temps continu, car ils peuvent tenir compte des incertitudes des paramètres et obtenir des résultats plus précis. Ils encouragent également l'utilisation de données longitudinales de haute qualité pour mieux comprendre les processus de transition sur le marché du travail.

Dans une étude sur les mobilités géographiques urbaines (Coulton, Theodos, & Turner, 2012) explorent l'utilisation du modèle Mover-Stayer pour étudier la mobilité résidentielle et le changement communautaire. Le modèle Mover-Stayer est un outil statistique qui distingue les personnes qui se déplacent fréquemment d'un endroit à un autre (movers) et celles qui restent au même endroit pendant de longues périodes (stayers). Le but de l'étude était de comprendre les causes des mouvements résidentiels et l'impact de ces mouvements sur les communautés. Les auteurs examinent comment ces modèles peuvent être utilisés pour étudier les schémas de mobilité résidentielle, les caractéristiques des personnes movers et stayers, et l'impact de la mobilité sur les communautés, y compris les changements

démographiques, économiques et sociaux. Les résultats mettent en lumière des constatations importantes. Tout d'abord, ce modèle permet de mieux comprendre les complexités de la mobilité résidentielle en identifiant des sous-groupes de movers et stayers ayant des caractéristiques particulières. Deuxièmement, la mobilité résidentielle a un impact significatif sur les communautés, notamment en termes de diversité de la population, de statut socio-économique et de qualité de vie. Enfin, les résultats soulignent l'importance d'examiner les différences entre les movers et stayers pour une compréhension approfondie de la mobilité résidentielle et du processus de changement communautaire.

Ensemble ces études visent à mieux comprendre les schémas de mobilité et de stabilité dans différents domaines, afin d'identifier les facteurs influençant ces transitions et d'élaborer des recommandations politiques pour faciliter des trajectoires positives.

2- MÉTHODES ET MATÉRIELS

Pour l'estimation des paramètres du modèle Mover-Stayer, (Goodman, L. A, 1961) a exposé cinq démarches: deux, dites «*indirectes*» désignées par (1 et 2) et trois autres, dites «*directes*» indiquées par (3,4 et 5). La description du modèle d'évolution des performances des 48 wilayas du pays sur la période 2008-2018 à l'examen du baccalauréat et les différentes démarches d'estimation sont réalisés après avoir construit la trajectoire des performances de chaque wilaya à cet examen pour les deux séries du BAC (SNV et Lettre) retenues.

À cet effet, nous utilisons les données relatives à l'épreuve du Bac issue des Annuaire Statistiques annuels du Ministère de l'Éducation Nationale (MEN).

2.1- Démarche d'élaboration de la trajectoire des performances d'une wilaya au Baccalauréat

La performance pédagogique d'une région est saisie à travers son score représenté ici par (taux de réussite) à l'examen national du baccalauréat. Pour pouvoir comparer l'évolution des performances des 48 régions, nous avons procédé à l'élaboration des trajectoires ou

successions (Feroukhi.D, 2004, p. 4) du taux de réussite de chacune des 48 régions du pays à chacune des 11 sessions de l'examen du baccalauréat sur la période 2008-2018. La reconstitution de ces trajectoires s'est opérée en deux étapes :

2.1.1. Dans une première phase

Nous avons retenu, pour chaque année scolaire de la période choisie et en fonction du taux de réussite des élèves de chacune des 48 wilayas, 3 classes de performance:

- **Classe A:** à cette classe sont affectées les 16 wilayas les moins performantes à cet examen.
- **Classe B:** les wilayas suivantes, au nombre de 16, c'est-à-dire qui viennent, par leur taux de réussite, juste après la région la plus performante du groupe A.
- **Classe C:** appartient à cette classe de performance les 16 régions les plus performantes.

2.1.2. La seconde étape

Cette étape a consisté en l'élaboration, pour chacune de ces wilayas, de la trajectoire en juxtaposant les états (niveaux de performance) successivement occupés au cours des 11 années d'observation.

La trajectoire générale des performances de chacune des 48 wilayas du pays sur la période 2008-2018 à l'examen du baccalauréat et par séries de BAC (SNV et Lettre) est représentée dans le tableau n°1 (en annexe). Ainsi, si on considère le cas de la wilaya d'Adrar, la trajectoire de sa performance relative à cet examen série SNV est: A2B1C1A7 dont l'interprétation est la suivante: pour les 2 premières années (successivement 2008 et 2009), cette région figurait parmi les 16 régions les moins performantes (A2), elle améliore sa position l'année d'après (2010) en accédant au niveau B de performance qu'elle occupera pendant une année (B1). En 2011, elle améliore sa position pour rejoindre le groupe des plus performants (C) l'espace d'une année (C1 en 2011) ensuite recule, pour le restant de la période, pour rejoindre le niveau de performance le moins élevé (A7 de 2012 jusqu'à 2018). La trajectoire A2B1C1A7 de la wilaya d'Adrar est un condensé de la

succession AABCAAAAAA des états (performances) de cette wilaya sur les 11 années d'observation.

2.2- Fondement théorique du modèle et méthodologie d'estimation

Le modèle Mover-Stayer (MS) est une extension du modèle de chaîne de Markov pour traiter un type très spécifique d'hétérogénéité non observée dans la population. Ce modèle est un cas particulier du modèle mixte de Markov (Vermunt, J.K, 1997). A temps discret, le modèle Mover-Stayer est un processus stochastique $x(t)$ constitué de deux chaînes de Markov indépendantes, l'une ayant pour matrice de transition la matrice diagonale dont l'élément $(s_i), i = 1, 2, \dots, J$ représente la proportion des individus (ici wilayas) stables (stayers) au niveau « i » de performance sur toute la période d'observation et la seconde pour matrice $M = (m_{ik}) (i, k = 1, 2, \dots, J)$ relative aux régions mobiles (movers) dans leurs résultats à cet examen. D'une autre manière, m_{ik} représente la probabilité qu'un individu (wilaya) qui se trouve dans la $i^{\text{ème}}$ catégorie de performance sur une période, se trouvera dans la $k^{\text{ème}}$ catégorie dans la période suivante. La matrice M est de dimension $(J \times J)$, J étant l'espace des états (ou niveaux de performance dans notre cas). Les probabilités de transition du processus $x(t)$ utilisées par BKM sont données par les expressions suivantes :

$$P_{ik} = P(x(t)=k/x(0)=i) = \begin{cases} s_i + (1 - s_i)m_{ii}^t & \text{si } k = i \\ (1 - s_i)m_{ik}^t & \text{si } k \neq i \end{cases} \quad i, k = 1, 2, \dots, J$$

m_{ik}^t désigne l'élément (i, k) de la matrice de transition M élevée à la puissance « t » (Feller, W., 1950) et s_i la proportion des individus (wilayas) qui se sont maintenus dans la même position (ou niveau de performance au Baccalauréat) « i » depuis le départ ($t=0$) du processus étudié.

Les données sont constituées, pour chaque session annuelle (t) du baccalauréat, par n observations (performances) indépendantes de ce processus (ici $n=48$ wilayas). Ces observations s'étalent sur la période 2008-2018. Plus précisément, les données se présentent ainsi: $\{x^1(0), x^1(1), \dots, x^1(T)\}$, où $x^1(t)$ représente la réalisation de ce processus pour le $l^{\text{ème}}$

élément (wilaya) de notre échantillon ($l=1,2,\dots,n$) au temps t ($t=0, 1,\dots,T$)².

L'objet de notre étude est d'estimer les paramètres m_{ik} ($i,k=1,2,\dots, J$) de la matrice de transition des performances des wilayas mobiles (movers) entre les différents niveaux de performance à l'examen de fin d'année (Baccalauréat) sur la période 2008-2018, ainsi que ceux de la matrice diagonale S ($s_i, i = 1, \dots, J$) des régions qui se sont maintenues au même niveau de réussite à cette épreuve sur toute la période d'observation (stayers).

2.2.1. Estimation des paramètres du modèle par la méthode de BKM

Dans cette approche, il est fait l'hypothèse que le processus d'évolution des performances des wilayas à l'examen national (Baccalauréat) est régi par une matrice³ M ($J \times J$) où m_{ik} indique la probabilité d'évolution d'une région mobile (Mover) dans sa performance entre les instants t et $t+1$ du niveau de performance « i » à « k ». Le travail présenté ici s'articule autour de deux démarches utilisées pour l'estimation des paramètres du modèle Moving-Stayer, direct et indirect.

2.2.1.1. Les méthodes indirectes

Deux techniques sont proposées dans le cadre de cette première approche. Elles reposent sur l'estimation, dans une première phase, des probabilités asymptotiques de la distribution finale des différents individus (wilayas) entre les différents états (niveaux de performance) puis, dans une seconde phase par celle de la matrice S de Stayer et, enfin, par celle des M (Movers) ;

A La première technique (1)

Dans la démarche d'estimation des paramètres du modèle «Mover-Stayer», BKM propose, dans une première étape, d'estimer les probabilités asymptotiques de transition des movers (Blumen, L., & all, 1955). En d'autres termes, si l'on désigne par M^T la matrice de transition

² Par exemple, $t=0$ correspond à la session de juin 2008 et $t=T$ à celle de 2018.

³La matrice M est supposée être constante à travers le temps.

des performances des régions entre les différents états (niveaux de performance) et entre les dates de départ (t=0) et d'arrivée (t=T), la matrice de transition asymptotique se définit ainsi : $M^\infty = \lim_{T \rightarrow \infty} M^T$, donc si n tend vers l'infini la limite de M^T existe.

Sous certaines conditions (Brémaud, P, 2009), il existe un vecteur de probabilité $\pi' = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_j)$ tel que: $\pi' M^\infty = \pi'$. L'estimation des composantes des matrices M et S= (s₁, s₂, ..., s_j) ne se fera que dans une seconde phase, après avoir procédé à celle des J composantes du vecteur π' , c'est-à-dire de M^∞ .

Désignons par Z la matrice dont l'élément z_{ik} i,k=1,2,...,J est ainsi défini : z_{ik} représente le nombre d'individus (wilayas) qui étaient dans l'état « i » au départ du processus (t=0) et se trouvent dans l'état « k » à l'arrivée (t=T), avec $i \neq k$, k=1,2,...,J(dans notre cas J=3, soit les classes A,BetC)⁴.

Nous désignons alors par : $z_{.k} = \sum_{i=1}^J z_{ik}$ le nombre d'individus (wilayas) dans l'état k à l'arrivée (t=T), par $z_{i.} = \sum_{k=1}^J z_{ik}$ les effectifs dans la position i au départ (t=0), et par $z_{..} = \sum_{i=1}^J \sum_{k=1}^J z_{ik}$ (i≠k) le nombre d'individus (wilayas).

- Estimation des probabilités asymptotiques (π')

La recherche des estimateurs π_i^* , i=1,2,...,J des paramètres π_i de la matrice M^∞ se fait par la méthode du maximum de vraisemblance et nécessite la résolution du système d'équations non-linéaires (1) suivant:

$$\begin{cases} \lambda \pi_i^2 + m_i(-\lambda - z_{.k} + z_{i.}) + z_{.k} = 0 \dots (1) \\ \sum_{i=1}^k \pi_j = 1 \end{cases}$$

Dans un premier temps, il y a lieu d'abord de procéder à l'évaluation des quantités $z_{i.}$, $z_{.k}$ et $z_{..}$, i,k=1,2,...,J pour chacune des deux séries SNV et Lettre du BAC du système d'équations (1). Dans une seconde phase, la résolution du système (1) se fera par le biais du logiciel MATLAB.

⁴Les éléments z_{ii} (i=1,2,...,J) de cette matrice ne sont pas disponibles car, au départ, on ne peut distinguer les individus mobiles (movers) des autres (stayers).

- Estimation des paramètres de la matrice S

Les éléments s_i^* de la matrice S (diagonale) sont donnés par la formule suivante :

$$s_i^* = (p_{ii}^* - \pi_i^*) / (1 - \pi_i^*) \dots (2), i = 1, 2, \dots, J$$

p_{ii}^* désignant la proportion d'individus (wilayas) qui se situaient au niveau «i» au départ du processus (t=0) et qui se retrouvent au même niveau de performance «i» à l'arrivée (t=T).

- Estimation des paramètres de la matrice M

L'estimation des composantes de la matrice M des movers proposée par BKM est la suivante :

$$p_{ik}^* = \begin{cases} s_i + (1 - s_i)m_{ii} & \text{si } i = k \\ (1 - s_i)m_{ik} & \text{si } i \neq k \end{cases} \quad (3)$$

D'où : $i, k = 1, 2, \dots, J$

$$m_{ik} = \begin{cases} (p_{ii}^* - s_i) / (1 - s_i) & \text{si } i = k \\ p_{ik}^* / (1 - s_i) & \text{si } i \neq k \end{cases} \quad (4)$$

p_{ik}^* représentant la part d'individus (wilayas) dans l'état « i » au départ (t=0) et qui se trouvent dans l'état « k » à l'étape d'après (t=T). p_{ik}^* , sous certaines conditions, un estimateur consistant de p_{ik} (Goodman, 1961).

A. La deuxième technique (2)

Dans le cas où les quantités $(Z_{.i} - Z_i) / Z_{.i} = 1, 2, \dots, J$ sont négligeables, l'estimateur du paramètre π_i proposé par BKM est le suivant:

$$(\pi_i^{\dagger} = Z_{.i} / Z_{..}) \quad (5)$$

- Composantes de M^{∞}

Les deux matrices Z_{SNVET} $Z_{Lettres}$ précédentes permettent d'évaluer les quantités z_i, z_i et $z_{..}$, $i = 1, 2, 3$ pour chacune des deux épreuves et, par conséquent, l'estimation de M^{∞} dont les composantes sont les probabilités limites π_i^{\dagger} $i = 1, 2, \dots, J$.

2.2.1.2. Les méthodes directes

A. La première techniques (3)

La démarche de cette méthode est inverse de celle proposée dans la partie précédente. Elle consiste en l'utilisation de l'information sur les f_i^∞ et d'abord à estimer les éléments de la matrice de transition M des « movers » puis, dans une seconde phase, ceux de la matrice S des « stayers » et, enfin, les composantes de M^∞ .

- Estimation de M

On désigne par $f_i^\infty, i = 1, \dots, J$ la fraction de la population (wilayas) qui occupe, au départ (t=0), l'état (ou niveau de performance) « i » et qui s'y maintiennent de manière continue dans le temps (t=1,2,...)⁵. Sous certaines conditions (le nombre w_i d'individus (wilayas) infini avec $\sum_{i=1}^J w_i = n$), les quantités f_i (fraction des stayers dans l'état « i ») et $(1-f_i)$ (movers) observées à travers l'échantillon sont des estimateurs consistants de $s_i + (1-s_i)m_{ii}^T$ et de $(1-s_i)(1-m_{ii})$ respectivement. Si l'on désigne p_{ik}° la proportion de la population $w_i, i=1,2,\dots,J$, qui est, au départ (t=0), dans l'état « i » et se retrouve l'étape d'après (t=1) dans la position « k », p_{ik}° est alors un estimateur consistant de p_{ik} figurant dans la relation (3). Désignons aussi par $h_{ik} = (1 - p_{ik}^\circ)/(1 - f_i)$ la proportion de la population qui occupait la position « i » au départ du processus et qui se trouve dans la situation « k » au temps t=1.

L'estimateur m_{ik}° de $m_{ik}(i,k=1,2,\dots,J)$ par la méthode du maximum de vraisemblance conditionnellement à la distribution des h_{ik} (étant donné les f_{ik}) s'obtient en procédant, dans une première étape, à l'estimation de m_{ii} ($i=1,2,\dots,J$) (éléments de la diagonale de M), solutions de l'équation (6) :

$$m_{ii} = h_{ii} + (1 - h_{ii})m_{ii}^{T-1}, i=1,2,\dots,J \quad (6)$$

Ou encore :

$$(1 - h_{ii})m_{ii}^{T-1} - m_{ii} + h_{ii} = 0$$

Et, dans une seconde phase, à celle des $m_{ik}, k \neq i$ par le biais de la relation suivante :

$$m_{ik} = h_{ik}(1 - m_{ii}^{T-1}) = h_{ik}(1 - m_{ii})/(1 - h_{ii}) \quad i \neq k \quad (7)$$

-Estimation de S

⁵L'exploitation de l'information sur les f_i^∞ ($i=1,2,\dots,J$) permet d'estimer directement et successivement les éléments des matrices M, S et M^∞ .

Les s_i° sont évalués à partir de la relation suivante :

$$s_i^\circ = (p_{ii}^\circ - m_{ii}^\circ) / (1 - m_{ii}^\circ) \quad i=1,2,\dots,J \quad (8)$$

A. La deuxième technique(4)

Pour cette technique, nous utilisons l'information sur l'ensemble des transitions observées sur la période d'observation pour estimer les paramètres du modèle.

- Evaluation de la matrice P

Si l'on désigne par W la matrice dont les éléments $w_{ik}(t)$ représentent le nombre d'individus qui évoluent de la position « i » à « k » entre l'instant « $t-1$ » et l'instant « t », $t=1,2,\dots,T$ et par $w_i(t)$ le nombre d'individus dans la position « i » au temps « t », la question qui peut se poser alors est de savoir sous quelle(s) condition(s) les quantités p_{ik}° définies par (8) peuvent être substituées aux p_{ik} intervenant dans les étapes précédentes d'évaluation des matrices M . Il faut rappeler que pour les méthodes précédentes, l'évaluation des p_{ik} s'est réalisée, dans un premier temps, sur l'observation des transitions des wilayas entre l'état de départ ($t=0$) et d'arrivée ($t=T$) et, dans une seconde approche, entre toujours la phase de démarrage du processus ($t=0$) et la situation observée l'étape d'après ($t=1$).

La disponibilité des données sur l'ensemble des trajectoires des performances des wilayas aux sessions successives ($t=0 \rightarrow t=1$, $t=1 \rightarrow t=2, \dots$, $t=T-1 \rightarrow t=T$) pour les deux épreuves (SNV et Lettre) (tableau 1 en annexe), la construction des matrices P des probabilités moyennes de transition entre les différents niveaux de performance sur l'ensemble de la période d'observation peut alors être effectuée. Les éléments de P sont donnés par la formule suivante :

$$p_{ik} = \sum_{t=1}^T W_{ik}(t) / \sum_{t=1}^T W_i(t), i,k=1,\dots,J \quad (9)$$

Le nombre des sessions pour cette épreuve est de 11, ce qui signifie que les p_{ik} sont évalués sur 10 transitions successives.

- Estimation des éléments de la diagonale de M

L'estimation des paramètres m_{ii} , $i=1,\dots,J$ ($J=3$ dans notre cas) de la diagonale principale de M passe par la résolution du système

d'équations précédent (6) dans lequel les h_{ii} sont évalués à partir des nouvelles valeurs des p_{ii} obtenues à partir de la matrice P précédente.

-Estimation des autres éléments de S

A partir de la formule (8) dans laquelle on substitue les p_{ii}° par les éléments p_{ii} de la matrice P ($i=1,2,\dots,J$).

-Estimation des probabilités asymptotiques

L'estimation de la matrice M permet, à travers la relation: $\pi' M = \pi'$, d'estimer celle des probabilités asymptotiques π_i $i=1,2,\dots,J$.

B. La troisième technique(5)

Pour cette technique, nous utilisons l'information sur l'ensemble des transitions sur la période d'observation, mais dans ce cas en ne prenant en considération que les régions mobiles «movers».

Dans la démarche précédente, les p_{ik} ont été évalués en faisant l'hypothèse implicite que l'ensemble des individus étaient mobiles au cours de la période d'études retenue. La reconstitution des trajectoires des performances des différentes régions à chacune de ces deux séries du BAC révèle en fait que cette hypothèse ne peut être retenue. Il est alors proposé d'estimer les m_{ik} de la matrice de transition M en retirant de la population W définie précédemment les wilayas stables dans leur performance « stayer ».

- Estimation de M

Les probabilités de transition entre les différents états dans ce cas sont:

$$m_{ik} = \begin{cases} (\sum_{t=1}^T w_{ik}(t) - Tc_i) / (\sum_{t=1}^T w_i(t) - Tc_i) & \text{si } i = k \\ (\sum_{t=1}^T w_{ik}(t) / (\sum_{t=1}^T w_i(t) - Tc_i)) & \text{si } i \neq k \end{cases} \quad (10)$$

c_i : nombre d'individus (wilayas) stables (stayers) dans leurs performances $i=1,\dots,J$

-Estimation de S

Dans ce type de situation, c'est-à-dire en estimant les m_{ik} de la matrice de transition M en retirant de la population d'origine les wilayas stables (« stayer »), l'estimateur du maximum de vraisemblance de s_i n'est autre que $f_i(i = 1,2, \dots, J)$.

3- RÉSULTATS ET DISCUSSION

3.1- Comparaisons des estimateurs

Les deux démarches d'estimation des paramètres du modèle Mover-Stayer : la première, dite indirecte, est initiée en calculant d'abord les probabilités d'équilibre (π_i $i = 1, 2, \dots, J$) des individus mobiles (movers) puis successivement les éléments des matrices S (stayer) et M (movers). La seconde emprunte le chemin inverse, c'est-à-dire et en tout premier lieu, l'estimation des probabilités de transition M des movers puis celle de S et, enfin, les probabilités limites (π_i).

Il faut, d'autre part, rappeler que la méthode indirecte (BKM) propose d'estimer les paramètres du modèle sur la base de l'observation du processus à seulement deux moments précis de son évolution: les dates de démarrage ($t=0$) et d'arrivée ($t=T$). La méthode directe impose, par contre, l'observation du phénomène d'évolution des performances des wilayas sur l'ensemble de la période d'observation.

3.1.1. Probabilités asymptotiques

Pour la méthode indirecte proposée par BKM, la qualité des estimateurs dépend principalement du nombre d'observations n du processus étudié et du fait que les probabilités de transition entre les différents états (niveaux de performance) des wilayas mobiles (movers) soient constantes à travers le temps. En ce qui concerne la première hypothèse, nous savons que l'estimateur par le maximum de vraisemblance, moyennant quelques hypothèses sur la densité (vraisemblance) de l'échantillon, donne, en règle générale, lorsque la taille de l'échantillon (nombre d'observations) est suffisamment grande, un estimateur consistant du paramètre, ici les probabilités asymptotiques π_i ($i=1, 2, \dots, J$) utilisé comme élément de base dans la démarche de BKM d'estimation du modèle mover-stayer. Toute la question ici est de savoir si la période d'observation du processus d'évolution des performances (11 ans) est suffisamment longue pour valider (ou pas) l'hypothèse que M^n est un rapprochant (ou pas) de M^∞ . Pour ce qui est de la deuxième hypothèse, un test de stationnarité de la matrice M est proposé par la suite.

La deuxième technique (indirecte) étudiée pour l'estimation des paramètres du modèle proposent, sous certaines conditions, une solution simple à l'équation (1). En effet, si, dans certaines situations, la quantité $(Z_i - Z_{i.})/Z_{..}$, $i=1,2,\dots,J$ est négligeable, la solution simple à l'équation (5) est la suivante : $(\pi_i^* = Z_{i.})/Z_{..}$. Le tableau 2 ci-dessous reprend les résultats de l'estimation des paramètres π_i par les deux méthodes.

Il en ressort que même dans les situations où la quantité $(Z_i - Z_{i.})/Z_{..}$ est négligeable⁶ il existe une différence significative entre la solution exacte au système d'équations non-linéaires en π_i (1) et celle calculée à partir la relation (5). En remplaçant, par exemple pour la série SNV, les valeurs obtenues par la relation (5) dans le système (1), on obtient des valeurs différentes de la variable commune (λ) à ce même système : respectivement 23,14 pour la 1^{ère} équation, 30,60 pour la seconde et 25,50 pour la troisième. Ainsi donc, l'estimation des probabilités asymptotiques π_i ($i=1,2,3$) par la deuxième approche s'avère inopérante relativement aux données de notre étude.

Les résultats de l'estimation des paramètres du modèle par les trois méthodes directes (3, 4 et 5) sont, par contre, assez proches les uns des autres (tableau 2 ci-dessous). La lecture des tableaux 2 et 3 montre clairement que l'estimation des probabilités asymptotiques par les deux démarches (directe et indirecte) aboutit à des résultats significativement différents.

Tableau 2. Comparaison des deux techniques indirectes

Paramètres	SNV		Lettres	
	(1)	(2)	(1)	(2)
π_1	0.1581	0.2222	0.2381	0.2857
π_2	0.5428	0.4444	0.4762	0.3929
π_3	0.2991	0.3333	0.2857	0.3214

Source: Réaliser par les auteurs

⁶ Egale à zéro pour le niveau $i=1$ pour la série SNV et pour l'ensemble des situations ($i=1,2,3$) en ce qui concerne le baccalauréat Lettres.

Tableau 3. Comparaison des estimateurs issus des trois méthodes directes

SNV	Paramètres	(3)	(5)	(5)
	π_1	0.3720	33.33	34.57
	π_2	0.3960	35.53	33.14
	π_3	0.2320	31.10	32.25
Lettres	π_1	0.3604	33.70	37.09
	π_2	0.3404	34.25	32.75
	π_3	0.3192	31.97	30.10

Source: Réalisé par les auteurs

3.1.2. Estimation de la proportion (s_i) des wilayas stables (stayers) dans leurs performances

Le tableau 4 ci-dessous reprend les résultats de l'estimation, par les différentes méthodes, de la proportion d'individus (wilayas) stables (stayers), tout au long de la période d'observation, dans leur niveau de performance de départ pour chacune des deux épreuves (SNV et Lettres). L'observation de l'évolution des performances des 48 régions aboutit aux constats suivants :

- Aucune wilaya ne se maintient (stayer) à un niveau de performance intermédiaire ($i=B$) sur la période 2008-2018 et, par conséquent, $c_2 = 0$ (et donc $f_2 = 0$) pour les deux épreuves ;
- Pour la série SNV, une wilaya seulement (sur 16) a gardé son niveau A de performance de départ ($c_1=1$ et donc $f_1 = 0.0625$) et deux sont demeurées très performantes (groupe C) sur toute la période d'observation ($c_3 = 2$ et donc $f_3 = 0.125$) ;
- Concernant la série Lettres, le nombre de stayers pour chacun des trois niveaux de performance est le suivant : $c_1=c_2=0$ ($f_1 = f_2 = 0$) et $c_3=1$ ($f_3=0.0625$).

La lecture du tableau 4 indique :

- Les deux dernières techniques directes (4 et 5) d'estimation des fréquences donnent des résultats identiques à ceux observés sur les données relatives à l'évolution des performances des 48 régions ;
- Les résultats obtenus en appliquant les méthodes indirectes (1 et 2) surestiment la proportion de wilayas stables dans leur niveau de performance de départ ;

Tableau 4. Estimation de la proportion de wilayas stables (stayers)

		Méthode indirecte		Méthode indirecte		
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
SNV	s_1	0.7058	0.6787	0.0745	0.0609	0.0625
	s_2	0.0000	0.1001	0.0000	0.0000	0.0000
	s_3	0.4650	0.4375	0.1251	0.1750	0.1250
Lettres	s_1	0.3438	0.3000	0.0000	0.0000	0.0000
	s_2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	s_3	0.2131	0.1710	0.0652	0.0741	0.0625

Source: Réaliser par les auteurs

3.2- Estimation des probabilités de transition m_{ik} des wilayas mobiles

Dans les différentes démarches d'estimation de m_{ik} $i,k=1,2,\dots,J$, le calcul préalable de éléments m_{ij} ($i=1,2,\dots,J$) est déterminant pour le reste des composantes m_{ik} $i \neq k$ de la matrice M . Aussi, la comparaison des différentes méthodes se fera essentiellement sur la base des estimations des m_{ij} .

Au sujet des trois premières démarches (1, 2, 3), les coefficients p_{ik} de ces équations en m_{ik} sont évalués à partir des données sur le processus dans sa phase de démarrage seulement ($t=0$ et $t=1$) et sur l'ensemble de son évolution ($t=0, t=1,\dots,t=T$) pour les deux dernières méthodes (4 et 5). Le tableau 5 ci-dessous reprend les résultats de l'estimation des m_{ik} par les différentes techniques. Les principaux constats sont les suivants:

- Les deux dernières démarches (4 et 5) aboutissent à des estimateurs des m_{ij} relativement très proches ;
- L'estimation par l'approche BKM, obtenue par la résolution du système d'équations (1) ou technique 1, est très largement inférieure à celle des techniques 4 et 5.

⁷Rappelons que l'estimation des m_{ik} par les méthodes indirecte (1 et 2) et indirecte (3) s'est effectuée à travers respectivement les équations (4) pour les deux premières et (6 et 7) en ce qui concerne la seconde. En ce qui concerne les deux dernières méthodes (4 et 5), les probabilités de transition sont évaluées à partir des relations (9) et (10).

Tableau 5. Estimation des probabilités de transition m_{ik} des wilayas movers

SNV	Méthode indirecte		Méthode indirecte			
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	
M ₁₁	0.1502	0.2219	0.4678	0.5274	0.5266	
M ₁₂	0.6373	0.5836	0.4656	0.3129	0.3134	
M ₁₃	0.2125	0.1945	0.0666	0.1597	0.1600	
M ₂₁	0.1250	0.1389	0.4375	0.3062	0.3063	
M ₂₂	0.5000	0.4444	0.2500	0.3875	0.3875	
M ₂₃	0.3750	0.4167	0.3125	0.3063	0.3062	
M ₃₁	0.2381	0.2222	0.0714	0.1570	0.1571	
M ₃₂	0.4762	0.4445	0.3572	0.3642	0.3643	
M ₃₃	0.2857	0.3333	0.5714	0.4788	0.4786	
Lettres	M ₁₁	0.2382	0.2857	0.4376	0.5322	0.5563
	M ₁₂	0.5714	0.5357	0.3750	0.3119	0.2937
	M ₁₃	0.1904	0.1786	0.1874	0.1559	0.1500
	M ₂₁	0.2500	0.2500	0.3124	0.2935	0.3062
	M ₂₂	0.3125	0.3125	0.4376	0.3813	0.3875
	M ₂₃	0.4375	0.4375	0.2500	0.3252	0.3063
	M ₃₁	0.3177	0.3016	0.2667	0.1798	0.1467
	M ₃₂	0.3971	0.3769	0.2000	0.3332	0.3400
	M ₃₃	0.2852	0.3215	0.5333	0.43870	0.5133

Source: Réaliser par les auteurs

3.2.1. Test de spécification du modèle

Le modèle Mover-Stayer proposé pour analyser l'évolution des performances pédagogiques des 48 wilayas fait deux hypothèses sur le processus :

- L'existence de certaines régions se maintiennent dans leur niveau de performance de départ tout au long de la période d'observation ;
- La matrice des probabilités de transition M entre les différents niveaux de performance pour les movers demeure inchangée avec le temps.

3.2.1.1. Test de l'existence de wilayas « stagnantes («stayers») dans leurs performances

Le paramètre c_i introduit dans le modèle indique le nombre d'individus (wilayas) stables (stayers) dans leur performance, $i=1, \dots, J$. Plusieurs estimateurs de ce paramètre ont été proposés précédemment. La méthode proposée par Goodman consiste à comparer, sous

l'hypothèse que le modèle étudié est Markovien, f_i (fraction des stayers dans le niveau « i ») à son espérance mathématique: $E(f_i) = p_{ii}^n$, p_{ii}^n étant la probabilité qu'un individu occupe l'état « i » au temps « t+1 » tout en l'ayant occupé déjà au temps « t », $t=1,2,\dots$). p_{ii}^n peut être estimé par :

$$\bar{p}_{ii} = \sum_{t=1}^T w_{ii}(t) / \sum_{t=1}^T w_i(t) \quad i=1,2,\dots,J$$

Où: $w_{ii}(t)$ et $w_i(t)$ ont été définis précédemment.

Sous l'hypothèse H_0 (modèle Markovien), la statistique, toujours selon Goodman, $d_i = (f_i - p_{ii}^n) \quad i=1,2,\dots,J$, suit une loi normale de moyenne nulle et de variance: $V_{d_i} = p_{ii}^n (1-p_{ii}^n) / w_i - np_{ii}^{2n-1} (1-p_{ii}) / \bar{w}_i$

On en déduit, toujours sous cette même hypothèse (H_0), que la quantité suivante: d_i^2 / V_{d_i} suit une loi du Khi-2 à un degré de liberté.

Un estimateur de la variance de d_i est donné par la formule suivante:

$$\hat{V}_{d_i} = \bar{p}_{ii}^n (1-\bar{p}_{ii}^n) / w_i - n \bar{p}_{ii}^{2n-1} (1-\bar{p}_{ii}) / \bar{w}_i$$

Ou encore:

$$\sum_{i=1}^J d_i^2 / \hat{V}_{d_i} \rightarrow \text{Khi-2 à } J \text{ degrés de liberté}$$

Appliquée à nos données, les résultats sont les suivants :

- SNV: $\sum_{i=1}^J d_i^2 / \hat{V}_{d_i} = 78,47 + 123,878,90 + 7,556,45 = 131,513,38$
- Lettre: $\sum_{i=1}^J d_i^2 / \hat{V}_{d_i} = 14,625,89 + 1,861,58 + 13,256,00 = 29,743,47$

La valeur du Khi-2 tabulé au seuil de 5%, à 3 degrés de liberté est de: 7,815. On conclut, par conséquent, que l'hypothèse de l'existence d'individus (wilayas) stables (stayers) dans le processus d'évolution des performances pédagogiques aux épreuves des séries Lettre et SNV du baccalauréat tout au long de la période d'observation est retenue.

3.2.1.2. Processus d'évolution des movers constant à travers le temps

La deuxième hypothèse de base du modèle Mover-Stayer considère que le processus d'évolution des performances pédagogiques des movers s'identifie à une chaîne de Markov M dont les probabilités de transition $p_{ik}(t)$ entre les différents états (niveaux de performance) sont fixes à travers le temps. En d'autres termes, on veut tester les hypothèses suivantes:

$$\begin{cases} H_0 : p_{ik}(t) = p_{ik}(t') \\ H_1 : p_{ik}(t) \neq p_{ik}(t') \end{cases}$$

L'estimation des probabilités p_{ik}^* de $p_{ik}(t)$ de transition entre les différents états (niveaux de performance) relatives aux seules wilayas mobiles peut se réaliser par le maximum de vraisemblance (Feroukhi.D & all, 2009) et (Lee T., & all, 1970) à travers les formules (10), c'est-à-dire, en retirant de la population de départ $w_i(t)$ $t=1,2,\dots,T$ et $i=1,2,\dots,J$ les individus stayers c_i $i=1,2,\dots,J$. Ainsi donc, les estimateurs $p_{ik}^*(t)$ de $p_{ik}(t)$ sont donnés par les expressions suivantes:

$$p_{ik}^*(t) = \begin{cases} (w_{ik}(t) - c_i) / (w_i(t) - c_i) & \text{sii} = k \\ w_{ik}(t) / (w_i(t) - c_i) & \text{sii} \neq k \end{cases}$$

Sous l'hypothèse H_0 , on démontre alors que la quantité (11) :

$$S = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^J w_{i.(t)} (\sum_{k=1}^J (p_{ij}^*(t) - p_{ik}^{\circ})^2 / p_{ik}^{\circ}) \sim \chi_{TM(M-1)}^2$$

Dans le cas où les paramètres p_{ik}° ne sont pas disponibles, leurs estimateurs $p_{ik}^{\circ*}$ par le maximum de vraisemblance sont:

$$p_{ik}^{\circ*}(t) = \begin{cases} (\sum_{t=1}^T w_{ik}(t) - Tc_i) / (\sum_{t=1}^T w_i(t) - Tc_i) & \text{sii} = k \\ (\sum_{t=1}^T w_{ik}(t) / (\sum_{t=1}^T w_i(t) - Tc_i)) & \text{sii} \neq k \end{cases}$$

En remplaçant p_{ik}° par son estimateur $p_{ik}^{\circ*}$ dans la relation (11), l'expression S^* :

$$S^* = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^J w_{i.(t)} (\sum_{k=1}^J (p_{ij}^*(t) - p_{ik}^{\circ*})^2 / p_{ik}^{\circ*}) \sim \chi_{(T-1)M(M-1)}^2 \quad (12)$$

Les valeurs calculées de S^* pour les deux series (SNV et Lettres) sont respectivement 39,06 et 53,32, qui sont inférieures à celle du $\chi_{(T-1)M(M-1)}^2 = \chi_{(9)3(2)}^{2(5\%)} = 72,13$; on en déduit que l'hypothèse H_0 est retenue, c'est-à-dire que le processus d'évolution des performances pédagogiques à ces deux séries des wilayas mobiles (movers) s'identifient à une chaîne de Markov M, dont les probabilités de transition entre les différents états (niveaux de performance) sont fixes à travers le temps.

CONCLUSION

Le modèle mover-stayer(MV) est une version améliorée du modèle de chaîne de Markov qui tend à expliquer le comportement humain dépendant du temps dans une population hétérogène. Il propose de

corriger l'exigence d'homogénéité et d'adopter l'hétérogénéité du comportement. Ce modèle suppose aussi l'existence de deux types d'individus différents dans la population considérés : (a) les « Stayers », avec la probabilité de rester dans la même catégorie pendant toute la période d'étude ; (b) les « Movers », dont les changements de catégorie au cours du temps peuvent être décrits par une chaîne de Markov avec une matrice de probabilité de transition constante. Dans cet article, nous nous sommes intéressés à l'utilisation de l'algorithme proposés par BKM pour l'estimation du modèle « mover-stayer » à partir des résultats de l'examen du baccalauréat des 48 Wilayas sur la période 2008-2018, afin d'estimer les probabilités de transitions entre les différents niveaux de performance (niveaux A,B,C) des wilayas mobiles «Moving», ainsi que, la proportion de celles qui se maintiennent dans leur niveau de réussite de départ «Stayer», et notamment de démontrer que les mouvements de chacune des 48 wilayas, entre les différents niveaux de performance pédagogique pour chacune des sessions du baccalauréat, suivent un processus Markovien au cours de cette période. La matrice de probabilités de transition pour les « movers » et la proportion des individus « stayers » sont des paramètres inconnus. Les divers estimateurs de ces paramètres sont présentés ici, et la précision de ces estimateurs est aussi comparée.

Les résultats obtenus à l'issue de ce travail montrent que l'estimation des probabilités asymptotiques par les deux démarches (directes et indirectes) aboutit à des résultats significativement différents. Ainsi donc, l'estimation des probabilités asymptotiques par la deuxième approche s'avère inopérante relativement aux données de notre étude.

Le modèle mover-stayer proposé est réalisé sous deux hypothèses sur le processus ; il en résulte, que la première hypothèse de l'existence des wilayas « stayers » dans le processus d'évolution des performances pédagogiques aux épreuves des séries lettre et SNV du baccalauréat tout au long de la période d'observation est maintenue, et que l'estimation des probabilités de transition entre les différents niveaux de performances pédagogiques à ces deux séries s'identifie à une chaîne

de Markov, dont les probabilités de transition entre les différents états (niveaux de performance) sont fixes à travers le temps.

Donc notre hypothèse de base, que la population étudiée est hétérogène dans son processus de transition, est justifiée. En d'autres termes nous réalisons qu'il existe un mélange de deux types de wilayas dont le comportement est différent selon le niveau de performance ; nos résultats sont identiques à un certain nombre de littératures économique, à savoir qu'un assouplissement de l'hypothèse d'homogénéité donne une meilleure représentation du processus du changement. D'où, la généralisation du modèle de Markov peut conduire à des modèles plus précis d'aide à la décision dans le secteur de l'éducation permettant de proposer des politiques éducatives en adéquation avec le processus d'acquisition des connaissances, pour un service plus harmonieux sur l'ensemble du territoire national.

Cependant, certaines recommandations s'imposent au vu des résultats obtenus:

1. **Diagnostic et échange de bonnes pratiques pédagogiques:** identifier les wilayas qui ont maintenu un niveau de réussite élevé sur une longue durée en tant que "Stayers "et encourager l'échange de bonnes pratiques avec les wilayas "movers" vers de faible niveau de performance. Cette démarche pourrait être réalisée à travers des visites mutuelles, une collaboration entre enseignants et directeurs, ou par le développement de plateformes en ligne permettant de partager des méthodes d'enseignement efficaces.
2. **Renforcement et soutien des wilayas dont les performances ont évolué vers un niveau inférieur:** les wilayas "Movers" vers des niveaux bas de performance peuvent recevoir un soutien supplémentaire sous la forme d'une assistance technique, d'une formation des enseignants et de programmes de renforcement des capacités des administrateurs scolaires. L'objectif est d'aider ces wilayas à maintenir leur dynamique de progrès et à améliorer encore leurs résultats.
3. **Promouvoir les études socioéconomiques en mettant en évidence les facteurs contribuant à la réussite:** réaliser des analyses spécifiques des facteurs qui ont permis aux wilayas de maintenir un niveau

élevé de performance, de maintenir un niveau de performance faible ou de passer à un niveau de performance faible pendant la période étudiée. Ces facteurs incluent notamment la qualité des infrastructures scolaires, la disponibilité des ressources éducatives, la formation des enseignants et la participation des parents et de la communauté.

4. *Développement d'un système d'évaluation et de suivi efficace*: un système régulier de suivi et d'évaluation des performances de la wilaya sera mis en place afin de mesurer les progrès faits au fil du temps. Ceci servira à suivre l'efficacité des recommandations mises en œuvre et à effectuer des ajustements, si nécessaire. Le suivi continu des performances des wilayas soutiendra l'intérêt des acteurs locaux et nationaux dans le domaine de l'éducation et maintiendra leur engagement en faveur de l'amélioration des résultats éducatifs.

Il convient de souligner ici que ces recommandations peuvent varier en fonction des résultats et des caractéristiques des différentes wilayas, et que des recommandations plus spécifiques peuvent être formulées et adaptées au contexte de chaque wilaya.

Reconnaissance et remerciements

Dans cet article, nous tenons à exprimer notre reconnaissance et nos remerciements à feu notre regretté Professeur Djamel Feroukhi pour avoir eu l'idée et réalisé cet article que nous avons travaillé pour l'améliorer, le corriger et le réviser. Nous avons décidé de le publier afin de rendre visible ses nombreux travaux, en hommage à sa mémoire.

Références bibliographiques

Blumen, L., Kogan M., MaCarthy Ph. J., (1955). "The Industrial Mobility of Labor as a Probability Process", Volume VI of Cornell Studies of Industrial and Labor Relations. The New York State School of Industrial and Labor Relations, Cornell University, Ithaca, New York.

Brémaud P., (2009). « *Initiation aux Probabilités: et aux chaînes de Markov* ». Springer Science & Business Media.P203

Coulton C., Theodos B., & Turner M., (2012). Residential Mobility and Neighborhood Change: Real Neighborhoods under the Microscope. *Cityscape. A Journal of Policy Development and Research*, 55-89. <https://www.scirp.org/%28S%28czeh2tfqyw2orz553k1w0r45%29%29/r/eferece/referencpapers.aspx?referenceid=2768003>

Feller W., (1950). “An Introduction to Probability Theory and Its Applications”, Volume 1. John Wiley and Sons, New York, USA.

Feroukhi D., (2004). « Analyse du processus d’insertion professionnelle à travers la construction types », *Les cahiers du CREAD*, 2^{ème} et 3^{ème} trim., Algérie.

Feroukhi D., Belmahdi T., Merah A. & Mouhouni M., (2009). « Acquis scolaires : processus: maîtrisé ou aléatoire ? », *Les Cahiers du CREAD*, n°88, Algérie.

Fougère D., & Kamionka Th., (2003). « Inférence bayésienne pour le modèle Mover-Stayer en temps continu avec une application aux données de transition sur le marché du travail ». *Journal of Applied Econometrics*, 697-723. https://www-jstor-org.snd11.arn.dz/stable/pdf/30035368.pdf?refreqid=excelsior%3A87148716677fa50114a24410f1fd44f4&ab_segments=&origin=&initiator=&acceptTC=1

Fougère D., & Kamionka T., (2005). « Économétrie des transitions individuelles sur le marché du travail ». IZA Discussion Paper (1850). Récupéré sur <https://ssrn.com/abstract=866784> ou <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.866784>

Fryer L., (2017). “(Latent) transitions to learning at university: A latent profile transition analysis of first-year Japanese students”. *High Educ*, 519–537. <https://doi.org/10.1007/s10734-016-0094-9>

Goodman L. A., (1961). « Statistical Methods for the Mover-Stayer Model ». In *Journal of the American Statistical Association*, 56(296), 841–868. <https://doi.org/10.2307/2281999>

Huang, V., & Unwin J., (2020). « Markov chain models of refugee migration data », *IMA Journal of Applied Mathematics*, Vol. 85, Issue 6, December 2020, Pages 892–912, <https://doi.org/10.1093/imamat/hxaa032>

Huiyang D., Zhang, S.X, Looi K.H., Su, R., Li J., 2020. “A survey study of adults in Malaysia”. *International Journal of Environmental Research*

and Public Health and public health, 17, n° 1. 5498.
<https://doi.org/10.3390/ijerph17155498>

Kadam A., & Fridman H., (2004). « Estimation dans le modèle en temps continu Mover-Stayer avec une application à la migration des notations obligataires ». *Modèles stochastiques appliqués dans les affaires et l'industrie*, 20(2), 155-170.: <https://ssrn.com/abstract=684101>

Lee T., Judge G., and Zellner A., (1970). « Estimating the parameters of the Markov Probability models from aggregate Time Series Data », North Holland Publ. Co, Amsterdam.

Lee T., & all., (1970). "Estimating the parameters of the Markov Probability models from aggregate Time Series Data" .Amsterdam: North Holland Publ.

Oga-Baldwin, W., & Fryer, L. (2018). "Schools can improve motivational quality: Profile transitions across early foreign language learning experiences." *Motivation and Emotion*, 527–545.

Slavko, Bohdan, Mikhail Prokopenko, and Kirill S. Glavatskiy., (2021). "Diffusive Resettlement: Irreversible Urban Transitions in Closed Systems" *Entropy* 23, no. 1: 66. <https://doi.org/10.3390/e23010066>

Vermunt J.K., (1997). «Log-linear Models for Event Histories». Sage Publications. <https://www.jeroenvermunt.nl/sagebook.pdf>

Willekens F., (2019). « Surveillance factuelle des flux migratoires internationaux en Europe ». *Journal of Official Statistics*, 35(1) 231-277. <https://doi.org/10.2478/jos-2019-0011>

Annexe

Tableau 1. Trajectoires des performances à l'examen du Baccalauréat (général, SNV ET LETTRES (2008 -2018)

Wilayas	TRAJECTOIRE GENERAL	SNV	lettre
Adrar	C1A1C2A1B1A5	A2B1C1A7	C1A1C2A1B1A5
Chelf	C6B1A2C2	C2B1C2B1C1B1A1C1B1	C6B1A2C2
Laghouat	A7C1A3	B1A6C1A3	A7C1A3
Oum El Bouaghi	B1A2B3C1B1C1A1C1	C1A1B2C1B3C1A1B1	B1A2C1B2C1B1C1A1C1
Batna	B2C1B1A1B2A1B1A2	C2B2C2B1A2B1A1	B3A2B2A1B1A2
Bejaia	C2A2B1A2B1C3	C1B2A1B1A1B2C1B2	C2A1B2A2B1C3
Biskra	C1B1C5A1B1A2	C1B1C2B2C1B3C1	C1B1C1B1C3A1B1A2
Bechar	A2B3C1B2A3	A3B1A2B1A4	A2B1A1B1C1B2A3
Blida	A1C1B2A2B1C1B2A1	B2C1B4C1A1C2	A1C1B1C1A2B1C1B2A1
Bouira	A1C1B2A4C1A2	B1C1B2A4C1A1B1	A1C1B1C1A2B1C1B2A1
Tammanrasset	A1B1A3B1A2B1C2	A7C1B2A1	A1B1A3B1A2B1C2
Tebessa	B2A2B2C1B2C1B1	A1B1A3C1A1B1C1B2	B2A1B3C1B2C1B1
Tlemcen	C4B1A1C2B1C1B1	B1C3B5C2	C4B1A1B1C1B1C1B1
Tiaret	C2B1A1B1C1A1B1C1A2	B1C1B1A1B1C1B3C1B1	C2B1C1B1C1A1B1C1A2
TiziOuzou	B1C1B2C2B1C4	C2B4C5	B1C1B1C3B1C4
Alger	A1C1A1C1B3A1C3	C1B1C2B1C6	A1C1A2B3A1C3
Djelfa	A7C1A3	A7C1A3	A7C1A3
Jijel	B3A1C1A1C3B2	B1A1B1A1B1A1B1A1B3	B2C1A1C3B2
Sétif	B1A2C1B1A1B1C1A1B1C	A1B2A1C3B2A1B1	B1A2B2A1B1C1A1B1C1
Saida	C1B1C5B1C1B1C1	B1A2C1B1C1B3A1C1	C1B1C1A1C3B1C1B1C1
Skikda	C1A1C9	B1A1B2C1B1C3A1C1	C1A1C9
Sidi Bel Abbès	A1B4C1B1A1B1C1B1	C1B1A1B1C2B3C2	A1B4C1B1A1B1C1B1

Annaba	C3B2A2C1A3	C3B2A1B1C1A2B1	B1C2B2A2C1A3
Guelma	C3B1C1B1C2B1C2	C3B1C1B1C3A1C1	C5B1C2B2C1
Constantine	B1C1A1C2B1C3B1C1	B1C9B1	B1C1A1C2B1C3B1C1
Médéa	A3B1A1B6	A2C1B4C1B2A1	A5B6
Mostaganem	B1C1A1C3B3A1B1	B2A1C2B2A1B3	B2A1B1C2B3A1B1
M'Sila	A7C1A3	A11	A7B1A3
Mascara	C11	C11	C11
Ouargla	B1A1B1A8	A1B1C1A2B1A3B1A1	B1A1B2A7
Oran	A1B2C2B1C1B1C1B2	C2B1C8	A1B3C1B1C1B1C1B2
El Bayadh	C1A1B1C1A1C2B1C1B2	A1B1A1C1B1C2A1C2A1	C1A1B1A2C2B1C1B2
Ilizi	A1B2C1A1C2B1C1B2	A2B1C1A4B1A2	A1B2A5B3
Bordj Bou Arréridj	A1B1A2B1A5B1	A1B1A6B2A1	A1B1A2B1A5B1
Boumerdès	A1B1A1C1A2B1C2B2	B1C1B1C1A2B1C1B1C2	A1B1A1B1A2B1C1B3
El Tarf	A2B1A1B1A2B1A3	A1B1A5B1A3	A2B3A2B1A3
Tindouf	A2C1A2B2A2B1A1	A2C1A7B1	A2C1A2B2A2B1A1
Tissemsilt	C1B1C1A1C2A1B1A1C1B1	A1B2A1B4A1C1A1	C1B1C4A1B1A1C1B1
El Oued	C1A2B1A1B1A5	B2A1B1A5B2	C1A4B1A5
Khenchla	B3A1B1C1B1C1A1B2	B1A3B2A1B1A3	B7C1A1B2
Souk Ahras	B5A1C2B1C2	B2A1B1A1C1A1B4	B5A1C2B1C2
Tipaza	B1C2B1C3A1C3	C1B1C1B1C7	B1C6A1C3
Mila	B1A3B2C1B1C1B1A1	B1A1B1A1C1B2A1C2B1	B1A2B3C1B1C1B1A1
Ain Defla	B1A1C4B1A1C3	B1A1C2B2C1B1A1B1C1	B1A1C4B1A1C3
Naama	B2C1B1C1B2A1B3	A1C1A1B1C1B1C1A1C1B2	B2C1A1B3A1B3
Ain Témouchent	C5B1C1B2C1B1	C8B2C1	C5B1C1B2C1B1
Ghardaia	C2B2A1C1A1B1A1B2	C3B2C1A2B2A1	C2B2A1C1A1B1A1B2
Relizane	C8B1C2	C11	C8B1C2