

FRONTIERE EFFICIENTE DE MARKOWITZ ET DROITE DE MARCHÉ DES CAPITAUX : APPLICATION A LA BOURSE D'ALGER

Ramdane KEZZAR*

Received: 17/11/2021/ Accepted: 30/11/2022 / Published: 14/01/2024

Corresponding author: Ramdane KEZZAR

RÉSUMÉ

La présente étude a pour but de construire la frontière efficiente et la droite de marché des capitaux pour la Bourse d'Alger en nous appuyant sur le cadre moyenne –variance de Markowitz.

Pour atteindre notre objectif, nous nous sommes appuyés sur la série des cotations mensuelles des titres listés à la Bourse d'Alger durant la période 2015-2019. Après le calcul des rendements, variances et covariances des titres, nous avons procédé en deux étapes. En premier lieu, nous nous sommes occupés d'obtenir la frontière des portefeuilles efficients composés intégralement d'actions listées sur la Bourse d'Alger en utilisant la méthode d'optimisation formulée par R. Merton. Dans une deuxième étape, nous avons incorporé à ses actifs risqués, qui conforment le portefeuille de marché, l'actif sans risque représenté par l'obligation du Trésor à un an, pour obtenir la droite de marché des capitaux. Les résultats de l'étude montrent que l'effet de diversification, c'est-à-dire la réduction en matière de risque résultant d'une combinaison judicieuse de titres dans un portefeuille, est limité pour des raisons inhérentes au caractère peu développé de la Bourse d'Alger et à son fonctionnement. Des réformes en profondeur du système financier s'imposent pour l'émergence d'une véritable industrie financière en Algérie.

MOTS CLÉS: Frontière efficiente, droite de marché des capitaux, analyse moyenne-variance, Bourse d'Alger, diversification.

* Université de Msila. ramdane.kezzar@univ_msila.dz

JEL CLASSIFICATION : G11, G110.

الحد الكفو لماركوفيتز وخط سوق رأس المال: تطبيق على بورصة الجزائر

ملخص

تهدف الدراسة الحالية إلى بناء الحد الكفو وخط سوق رأس المال لبورصة الجزائر من خلال الاعتماد على إطار ماركوفيتز المتوسط-التباين.

لتحقيق هدف الدراسة اعتمدنا على سلسلة البيانات الشهرية لأسعار الأسهم المدرجة في بورصة الجزائر خلال الفترة 2015-2019. بعد حساب عوائد وتباينات وتغيرات الأوراق المالية، تم العمل على مرحلتين. أولاً، الحصول على الحد الكفو للمحافظ المكونة بالكامل من الأوراق المالية المدرجة في بورصة الجزائر باستعمال طريقة التعظيم المقترحة من طرف ر. مرتون. في مرحلة ثانية، قمنا بتضمين هذه الأصول المخطرة، والتي تمثل في مجملها محفظة السوق، الأصل عديم المخاطر والممثل في سندات الخزينة لعام واحد، من أجل الحصول على خط سوق رأس المال. تبين نتائج الدراسة أن أثر التنوع، أي تدنية المخاطر الناتجة عن الدمج الحكيم للأوراق المالية في محفظة، محدود لأسباب متأصلة في الطبيعة المتخلفة لبورصة الجزائر ونظام تشغابها، الأمر الذي يستدعي إصلاحات عميقة للنظام المالي من أجل ظهور وتطور صناعة مالية حقيقية في الجزائر.

كلمات مفتاحية: الحد الكفو، خط سوق رأس المال، تحليل المتوسط-التباين، بورصة الجزائر، التنوع.

EFFICIENT MARKOWITZ FRONTIER AND CAPITAL MARKET LINE: APPLICATION TO THE ALGERIAN STOCK MARKET

ABSTRACT

The present study aims to build the efficient frontier and the capital market line for the Algerian stock market by relying on the Markowitz mean –variance framework.

To achieve our objective, we relied on the monthly quotations series of the securities listed on the Algiers stock exchange during the period 2015-2019. After calculating the securities returns, variances and covariances, we proceeded in two steps. First, we manage to obtain the frontier of efficient portfolios composed entirely of shares listed on the Algiers stock exchange using the optimization method formulated by R. Merton. In a second step, we incorporated to these risky assets, which form the market portfolio, the risk-free asset represented by the one-year Treasury bill, in order to obtain the capital market line. The results of the study show that the diversification effect, i.e. the reduction in risk resulting from a judicious combination of securities in a portfolio, is limited for reasons inherent in the underdeveloped character of the Algerian stock exchange and its functioning. In-depth reforms of the financial system are necessary for the emergence of a real financial industry in Algeria.

KEY WORDS: Efficient frontier, capital market line, mean-variance analysis, Algiers Stock Exchange, diversification

INTRODUCTION

L'allocation des ressources entre les différents actifs est l'un problèmes essentiels auxquels font face les investisseurs particuliers et les institutions financières et constitue l'un des thèmes les plus importants de la théorie financière. Ce sujet a suscité l'intérêt des économistes depuis longtemps, mais avant 1952, il manquait, comme le souligne judicieusement Markowitz (1999, p.5), une théorie adéquate

de l'investissement qui couvrirait les effets de la diversification, qui distinguerait les portefeuilles efficients des portefeuilles inefficients ou dominés et qui analyserait, en dernier lieu, la relation entre le rendement et le risque, non des actifs individuels, mais du portefeuille qui les contient. En effet, durant cette époque, les idées principales en matière d'investissement consistaient à choisir les actifs en fonction de leur rendement espéré sans se soucier trop de leurs risques. Il s'agit de trouver parmi les titres disponibles des « gagnants », i.e. des titres qui généreraient un rendement décent sans exposer les investisseurs à de grands risques, en utilisant le critère de maximisation de la valeur nette espérée (Burr, 1938). En plus de cette sélection individuelle des titres à mettre en portefeuille, leur diversification ne tenait à aucun critère rigoureux et dépendait exclusivement de l'appréciation des gérants.

En 1952, Harry Markowitz révolutionna le monde de la finance en publiant un article intitulé « Portfolio selection » où il met à nu les limites de l'approche classique et pose les fondements de ce qui sera dénommé par la suite la théorie moderne de portefeuille. Cette dernière est un modèle mathématique qui permet aux investisseurs de trouver un compromis entre leur tolérance au risque et leurs attentes de rendement, et qui débouchera sur le choix d'un portefeuille optimal. Markowitz était en désaccord avec les anciennes pratiques parce qu'il considérait que le risque est indissociable de l'espérance de rendement dans toute opération d'investissement. Un actif peut avoir un grand rendement espéré mais ce critère est inapproprié s'il existe la possibilité de perdre une grande partie ou la totalité de l'investissement. En plus, c'est en distribuant sa richesse entre un grand nombre d'actifs qu'un investisseur pourra profiter des titres gagnants, tout en se protégeant d'éventuels désastres. Les titres individuels, selon Markowitz, ne doivent pas être choisis uniquement en fonction de leurs propres attributs mais il faut considérer aussi leur interaction avec les autres titres dans un portefeuille. C'est en tenant compte de ces comouvements qu'il est possible de construire des portefeuilles qui maximisent le rendement pour un niveau de risque donné. L'ensemble de ces portefeuilles représentés dans l'espace rendement-risque conformément la frontière efficiente. Sur cette frontière, les investisseurs

choisiront leur portefeuille optimal en fonction de leur attitude face au risque.

Le modèle de Markowitz avec ses extensions et les raffinements postérieurs demeure, malgré les critiques qu'il a reçues, le cadre d'analyse le plus utilisé en matière de choix de portefeuilles face aux autres approches alternatives (théorie comportementale de portefeuille). Il a exercé tellement une grande influence sur les pratiques de l'industrie financière qu'aucun gérant de fonds ne travaille en dehors de ce cadre (Bernstein, 1995 ;p.298).

Et qu'en est-il des pratiques financières en Algérie en la matière, en parallèle avec les mouvements de libéralisation économique et son corollaire la globalisation financière enclenchées vers la fin du siècle dernier ? Le système financier algérien avec ses deux composantes, le système bancaire et le marché financier, sont restés en marge des grandes mutations engendrées par le processus de globalisation financière enclenché vers la fin du siècle dernier. Le système bancaire, à prédominance étatique, est resté figé dans les pratiques du passé, donnant lieu à des entités peu performantes et peu réceptives aux pratiques modernes et à l'innovation. La Bourse d'Alger, pour sa part, peine toujours à décoller et affiche un bilan maigre après plus de vingt ans d'activité (Voir tableau joint en annexe). Cet état de fait a été l'objet d'analyse de plusieurs chercheurs. Pour Khoudri (2012), la bourse d'Alger souffre de certaines limitations qui réduisent son rôle comme alternative de financement. Ces limitations tiennent essentiellement à l'offre réduite des instruments de financement, dominé principalement par les obligations, au nombre insignifiant des opérations d'introduction en bourse et d'intermédiaires en opérations de bourse, à l'épargne de marché limitée pour des raisons culturelles et au rôle marginal des investisseurs institutionnels, dont les disponibilités se trouvent mobilisées dans les titres du Trésor.

L'analyse de Bekada et Derbal (2016) abonde dans ce sens. Pour ces auteurs, la faiblesse du tissu économique algérien, l'absence de culture boursière, le nombre réduit d'entreprises sous forme de sociétés par actions et l'absence de volonté des autorités à rompre avec le schéma

du financement par emprunt bancaire expliquent en grande partie la léthargie dans laquelle se trouve la Bourse d'Alger.

L'étude de H. Kenouche (2020) est intéressante à plus d'un titre. Non seulement il décortique les entraves et écueils au développement de la Bourse d'Alger, mais il effectue aussi une analyse de ses performances en la comparant avec celles des bourses marocaine et tunisienne sur la période 2010-2018. Cette étude comparative situe la bourse d'Alger, sur pratiquement tous les registres, bien loin derrière les places de Casablanca et de Tunis. A titre d'exemple, sur le volet des entreprises admises à cotation et pour l'année 2018, le nombre est de 6 pour le marché algérien, 82 pour le tunisien et 76 pour le marocain. Même constat pour les autres indicateurs de performance comme la capitalisation boursière, le poids de celle-ci par rapport au PIB et le montant des volumes transigés comme indicateur de liquidité du marché où la Bourse de Casablanca occupe la première position, celle de Tunis la deuxième et la Bourse d'Alger la dernière position.

A la lumière de ce qui précède, et conscients du manque de travaux de recherche ayant traité ce thème pour le cas de l'Algérie et que nous ambitionnons de combler un tant soit peu, nous énonçons notre question de recherche comme suit : comment appliquer le cadre moyenne-variance de Markowitz aux titres de la Bourse d'Alger pour construire les frontières des portefeuilles efficients et dans quelle mesure celui-ci contribuera-t-il à réduire le risque de ces portefeuilles par la voie de l'effet de diversification ?

La réponse à notre question principale se fera en réalisant les tâches suivantes:

- Calcul des rendements, des risques et des covariances des titres ;
- Calcul des rendements et risques pour un échantillon de portefeuilles afin de tracer les frontières efficientes sans actif sans risque et avec actif sans risque ;
- Identifier le portefeuille de variance minimale ;
- Calibrer l'impact de la diversification dans la réduction des risques des portefeuilles ;
- Identifier le portefeuille optimal ;

- Mettre en évidence les difficultés de mise-en-œuvre opérationnelles du modèle de Markowitz dans le contexte de la Bourse d’Alger.

Pour atteindre l’objectif de notre étude, nous l’avons structurée en quatre sections. La première consiste en une revue de la littérature qui a traité la question. La deuxième section est un survol de la théorie moderne de portefeuille. Dans la troisième section, nous définirons les données utilisées et la séquence des étapes opérationnelles pour tracer les frontières efficientes et identifier le portefeuille optimal. La dernière section sera consacrée à l’analyse et à la discussion des résultats de l’étude.

1- REVUE DE LA LITTÉRATURE ET HYPOTHÈSES

Le calcul des frontières efficientes en absence et présence de l’actif sans risque a fait l’objet de nombreux travaux de recherche. En effet, plusieurs auteurs se sont occupés d’obtenir les frontières efficientes des titres risqués, en appliquant le cadre théorique formulé par Markowitz et ses extensions ultérieures. Quelques-uns sont parvenus aussi au calcul de cette frontière en combinant le portefeuille de marché avec l’actif sans risque. Dans ce qui suit, nous allons présenter les études les plus significatives qui ont essayé d’obtenir les frontières efficientes d’allocation des actifs, aussi bien dans les pays à marchés financiers performants et développés que dans les pays émergents, dont les marchés financiers s’approchent progressivement des standards des premiers, ainsi que dans les pays à marchés financiers peu développés comme c’est le cas de l’Algérie.

Clark, R.G. et al. (2006) dérivent les frontières efficientes avec et sans actif sans risque et le portefeuille de variance minimale pour le marché américain en utilisant la série des cotations mensuelles de 1000 grandes entreprises pour la période allant de janvier 1968 jusqu’à décembre 2005. Les résultats de l’étude confirment que les procédés d’optimisation à grande échelle pour la réduction de la variance fonctionnent bien, et que les variances et covariances des titres sont persistantes et raisonnablement prévisibles. Konno et Yamarzaki(1991) calculent la frontière efficiente pour les titres de l’indice Nikkei 225. Ils utilisent la déviation absolue au lieu de la variance comme mesure de

risque. Les résultats obtenus sont comparable à ceux de l'approche moyenne variance, mais avec beaucoup moins d'efforts en matière de calculs. Zubeldia et al. (2002) appliquent le modèle de Markowitz aux cotations journalières des titres de l'indice espagnol IBEX 35 pour les années 2000 et 2001. Les portefeuilles efficients construits étaient capables de battre le portefeuille du marché de référence. Garcia et Borrego (2017) déterminent la frontière efficiente des titres risqués, la droite du marché des capitaux, le portefeuille optimal et le portefeuille de variance minimale pour le marché portugais pour les périodes 2000-2008 et 2009-2015. Les résultats obtenus de l'étude montrent une sensibilité importante aux périodes choisies. Lyu (2019) calcule les frontières efficientes, la droite de marché et le portefeuille optimal pour la période 2016-2018 à partir d'un échantillon de 8 titres australiens.

En relation avec le calcul des frontières efficientes des marchés financiers des économies émergentes, nous retiendrons principalement le travail de Guo et Fu King pour le cas de la Chine. Les portefeuilles efficients construits à partir des titres des bourses de Pékin, Shanghai et Wuhan obtiennent des performances meilleures que celles de portefeuilles aléatoires équipondérés et aussi, meilleures que la performance moyenne du marché.

D'autres auteurs ont essayé d'obtenir la frontière efficiente et la droite de marché des capitaux dans le cas des pays à marchés financiers moins développés. Les travaux de Medina (2003) pour le marché colombien, de Bouhadi et al. (2008) pour les titres de la Bourse de Casablanca, de Logubayom et Victor (2019) pour le marché financier ghanéen et Offiong et al. (2016) pour la Bourse du Nigéria conformément un échantillon qui s'inscrit dans cette ligne.

En ce qui concerne le cas algérien, les études empiriques font absolument défaut. La taille réduite de la Bourse d'Alger ainsi que la qualité et quantité des données financières disponibles présentent, pour les chercheurs, des difficultés d'ordre méthodologique et opérationnel et font que ces derniers ne s'aventurent pas sur ce type de terrain.

Nous concluons cette section en posant les hypothèses de la présente étude. L'hypothèse principale qui nous guidera dans cette étude peut-être résumée comme suit : l'effet diversification pour les

portefeuilles efficients construits à partir des titres de la Bourse d'Alger est limité pour des raisons inhérentes au caractère peu développé de ce marché. Cette hypothèse principale nous la scinderons en deux sous-hypothèses.

- Sous-hypothèse 1 : la taille de la Bourse d'Alger est un handicap pour faire jouer la diversification.
- Sous-hypothèse 2 : le fonctionnement de la Bourse d'Alger, à travers notamment la non autorisation des ventes à découvert, réduit les gains de la diversification et rétrécit les possibilités de placements aux investisseurs

2- BRÈVE SYNTHÈSE DU MODÈLE DE MARKOWITZ

2.1- Hypothèses

Pour formuler son modèle, Markowitz (1952-1959) part des hypothèses principales suivantes :

- Les investisseurs sont rationnels et averses au risque ;
- Les marchés sont parfaits ;
- Les rendements des actifs financiers obéissent à la loi normale de distribution de probabilités ;
- Approche moyenne-variance. Pour construire son portefeuille, l'investisseur tiendra seulement compte des deux premiers moments de la distribution des rendements. Le rendement espéré est quantifié par la moyenne des rendements et le risque est mesuré par la variance ;
- L'horizon temporel de la décision est unique pour tous les investisseurs. Il est réduit à une seule période.

2.2- Rendement espéré et risque des portefeuilles

Le rendement d'un portefeuille est une moyenne des rendements des actifs individuels pondérée par les proportions ou poids de ces actifs dans le portefeuille.

$$\mu_p^{(1)} = \sum w_i \mu_i \quad (1)$$

où w_i correspond au poids de l'actif i et μ_i correspond à son rendement.

Sous notation matricielle, on a : $\mu_p = \mathbf{W} \mathbf{x} \boldsymbol{\mu}$, avec \mathbf{W} comme vecteur des proportions et $\boldsymbol{\mu}$ comme vecteur des rendements des titres.

Le risque d'un portefeuille est calculé comme suit :

$$\sigma^2 = \sum \sum W_i W_j \sigma_{ij} \quad (2)$$

où σ_{ij} est la covariance des rendements de l'actif i avec ceux de l'actif j . Sous notation matricielle, on a : $\sigma^2 = \mathbf{W}^T \boldsymbol{\Omega} \mathbf{W}$ (3)

Avec :

\mathbf{W}^T : vecteur transposé des proportions ; $\boldsymbol{\Omega}$: matrices des variances-covariances et \mathbf{W} : vecteur des proportions.

2.3- Diversification

L'effet de la diversification tient au fait que combiner un grand nombre d'actifs dans un portefeuille réduit le risque de celui-ci. Pour que cette réduction soit substantielle, il faut choisir les titres des portefeuilles de manière à ce que leurs rendements ne varient pas tous dans la même direction. Plus les rendements varient en sens inverse, plus la réduction du risque est importante.

2.4- Portefeuilles efficaces et frontière efficiente

Les portefeuilles qui présentent un compromis optimal entre le rendement et le risque sont appelés portefeuilles efficaces. Ces portefeuilles maximisent le rendement pour un niveau de risque donné et, inversement, minimisent le risque pour un niveau de rendement donné.

La représentation graphique de ces portefeuilles dans l'espace rendement-risque nous donne la frontière efficiente. C'est la portion des portefeuilles disponibles où un investisseur rationnel doit investir (Partie en gras de la courbe de la figure 2).

2.5- Portefeuille optimal

Le choix d'un portefeuille se situant sur la frontière efficiente pour un investisseur particulier dépend de son attitude envers le risque. Cette dernière est donnée par l'ensemble de ses courbes d'indifférence. L'investisseur maximisera son utilité au point d'intersection de la frontière efficiente avec sa plus haute courbe d'indifférence.

2.6- Formulation du problème du choix de portefeuille

Sous les hypothèses formulées antérieurement, le problème de choix de portefeuille pour un investisseur doté d'un budget déterminé, dans une économie où sont négociés n actifs financiers risqués, consiste à répartir son budget entre les différents actifs de manière à minimiser le risque de son portefeuille pour un niveau de rendement donné ou maximiser son rendement pour un niveau de risque donné. Et entre ces portefeuilles choisir, en fonction de son attitude envers le risque, son portefeuille optimal.

2.7- Calcul de la frontière efficiente dans le cas de n actifs risqués

Merton (1972) fut le premier à avoir dérivé d'une manière explicite la frontière efficiente dans le cas de n actifs risqués (Fig.2). En se plaçant dans un univers où sont autorisées les ventes à découvert et où se négocient uniquement n actifs risqués, caractérisés par leur vecteur de rendement μ , leur matrice de variance-covariance Ω et où w_i représente la fraction ou proportion du portefeuille investi dans l'actif risqué i , le vecteur des poids des actifs $1, 2, \dots, n$ qui minimisent la variance (risque) du portefeuille pour un niveau de rendement $\bar{\mu}$ est obtenue en résolvant le programme d'optimisation quadratique suivant :

$$\text{Min } \frac{1}{2} \sigma^2 = \frac{1}{2} \mathbf{W}^T \Omega \mathbf{W}$$

S.C.

$$\mu^T \mathbf{W} = \bar{\mu}$$

$$\mathbf{1}^T \mathbf{W} = 1$$

Où μ^T , \mathbf{W} , $\mathbf{1}^T$ et $\bar{\mu}$ représentent respectivement le vecteur transposé des rendements, le vecteur des proportions, le vecteur des uns et le niveau de rendement pour lequel on veut minimiser le risque.

La fonction objective consiste à minimiser la variance du portefeuille. La première contrainte est une contrainte de rendement et la seconde résume le fait que le vecteur recherché est un portefeuille.

En s'appuyant sur la technique des multiples de Lagrange, Merton déduit le vecteur des proportions du portefeuille efficient ayant un risque minimum pour un niveau de rendement donné.

Il est structuré comme suit :

$$\mathbf{W}^* = \mathbf{g} + \mu \bar{\mathbf{h}} \tag{4}$$

Le portefeuille obtenu a une caractéristique spéciale. Il est une combinaison linéaire de deux portefeuilles g et h, de rendement zéro et 100% respectivement, ainsi définis :

$$- g = \frac{1}{D} (B\Omega^{-1}1 - A\Omega^{-1}\mu) \quad (5)$$

$$- h = \frac{1}{D} (C\Omega^{-1}\mu - A\Omega^{-1}1) \quad (6)$$

Avec :

- $A = 1^T \Omega^{-1} \mu$
- $B = \mu^T \Omega^{-1} \mu$
- $C = 1^T \Omega^{-1} 1$
- $D = BC - A^2$

Où Ω^{-1} est la matrice inversée des variances-covariances.

D'un point de vue pratique, le résultat antérieur est très intéressant dans la mesure où il suffit seulement de disposer des poids de deux portefeuilles efficients pour tracer la frontière efficiente, car toute combinaison linéaire de portefeuilles efficients donne lieu à un portefeuille efficient (Théorème de deux fonds de Black, 1972)

La frontière efficiente est une parabole dans l'espace moyenne-variance ayant pour équation $\sigma^2 = \frac{C\mu^2 - 2A\mu + B}{D}$ (7) où μ correspond au rendement du portefeuille et A, B, C et D sont les constantes définies antérieurement.

De la relation précédente, il est possible d'inférer le rendement, le risque et les proportions du portefeuille efficient de variance minimale. Le rendement de ce portefeuille est obtenu en dérivant par rapport à μ dans (7) et en égalisant à zéro ce résultat, soit :

$$d\sigma^2/d\mu = 0 \implies \mu_{GMVP} = \frac{A}{C} \quad (8)$$

Ce niveau de rendement nous permet de séparer la partie efficiente de la courbe (partie en gras de la courbe de la figure 2) qui se situe à droite de ce point, de la partie inefficente qui est donnée par l'ensemble des portefeuilles dont le rendement est inférieur à ce seuil.

Le risque du portefeuille de variance minimale est obtenu en remplaçant μ par sa valeur dans l'équation (7), ce qui donne :

$$\sigma_{GMVP} = \frac{1}{\sqrt{C}} \quad (9)$$

Quant au vecteur des proportions de ce portefeuille, il est calculé comme suit :

$$W_{GMVP} = \Omega^{-1} \mathbf{1} / C \quad (10)$$

Figure n° 1. Portefeuille de variance minimale et frontière efficiente d'actifs risqués



Source : Adapté de Francis, J.C. & Kim D. (2013) *Modern Portfolio Theory: Foundations, Analysis and New Developments*. John Wiley & Sons. New Jersey. p.86.

2.8- Frontière efficiente avec actif sans risque

L'introduction de l'actif sans risque dans la gestion de portefeuille revient à Tobin (1958). Son travail se situe dans la tradition keynésienne et sa préférence pour la liquidité.

Comparativement au cas où tous les actifs sont risqués, la présence de l'actif sans risque offre deux nouveautés intéressantes :

- Elle améliore la gestion du binôme rendement-risque dans la mesure où tous les portefeuilles se situant sur la droite (voir fig.3) offrent une espérance de rendement systématiquement supérieure à ceux se situant sur la courbe.
- Elle élargit les possibilités offertes aux investisseurs, leur permettant une meilleure flexibilité en matière d'arbitrage rendement-risque en modulant leur appétit du risque à travers les positions courtes sur l'actif sans risque.

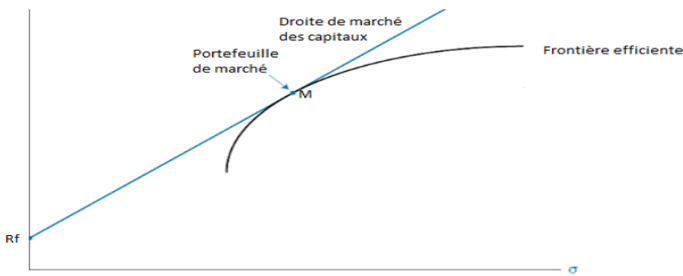
La frontière efficiente en présence de l'actif sans risque est une droite dénommée la droite de marché des capitaux (Capital Market Line) Elle va de R^f et passe par le point le plus haut possible de la courbe des portefeuilles risqués définie antérieurement. L'ensemble des

portefeuilles offerts aux investisseurs dans ce cadre, sont une combinaison d'une position sur l'actif sans risque et le portefeuille tangent ou de marché M.

A la suite de Tobin et son principe de séparation, les investisseurs procèdent en deux étapes dans leurs choix de portefeuilles :

- Ils déterminent en premier lieu les proportions du portefeuille tangent.
- Ils modulent leurs attitudes envers le risque par le biais de l'actif sans risque. Ceux qui ont de l'appétit pour le risque et qui recherchent des rendements élevés choisissent des portefeuilles à droite du point M, qui sont une combinaison d'une position courte sur l'actif sans risque (emprunt), qui est investie dans le portefeuille tangent, et la totalité de sa richesse allouée aussi au même portefeuille.

Figure n° 2. Droite de marché des capitaux



Source : élaboration propre

Proportions du portefeuille tangent

Le calcul du vecteur des proportions du portefeuille tangent ou de marché, se fait en optimisant la valeur de la pente de la courbe des portefeuilles efficaces au point de tangence avec la droite qui passe par le point R^f .

$$\tan \vartheta = \frac{(\mu - R^f)}{\sigma} = \frac{(w^T \mu - R^f)}{\sqrt{(w^T \Omega w)}}$$

Formellement, il s'agit de résoudre le problème suivant :

$$\text{Max} \frac{(\mu - R^f \mathbf{1})}{\sqrt{(w^T \Omega w)}}$$

$$S.c. w^T \mathbf{1} = 1$$

La résolution de ce programme donne lieu au vecteur des proportions du portefeuille tangent ou de marché, défini comme suit :

$$w_M = \frac{\Omega^{-1}(\mu - R^f \mathbf{1})}{A - CR^f} \quad (11)$$

Equation de la droite des portefeuilles efficients

L'équation de la droite rf-M peut être obtenue analytiquement de la manière suivante. En effet, pour tout portefeuille se situant sur la droite, on a :

$$\mu_p = W\mu_M + (1-W)R^f = R^f + W(\mu_M - R^f) \quad (12)$$

où μ_M représente le rendement du portefeuille du marché et R^f le taux libre de risque.

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma^2 = W^2 \sigma_M^2} = W \sigma_M \quad (13)$$

De l'équation (13), on a $W = \frac{\sigma_p}{\sigma_M}$. En remplaçant ce résultat dans (12), on obtient l'équation de la droite des portefeuilles efficients suivante :

$$\mu_p = R^f + \frac{\mu_M - R^f}{\sigma_M} \sigma_p \quad (14)$$

3- DONNÉES ET MÉTHODOLOGIE

3.1- Données

3.1.1- Echantillon des titres inclus dans les portefeuilles

Pour tracer les courbes efficientes de portefeuilles en l'absence et en la présence de l'actif sans risque, nous avons utilisé la série des cotations des titres listés à la bourse d'Alger sur la période allant de mai-2015 à août 2019, soit 51 mois. Ce choix est dicté par la disponibilité des cotations pour l'ensemble des titres. D'autre part, nous avons jugé utile utiliser les rendements mensuels pour un phénomène caractéristique de la bourse d'Alger dont les cours, faute de volume transigé, ne présentent pas de variations pour la plupart des sessions.

L'échantillon final des titres se compose des titres de AOMInvest, Aurassi, Biopharm et Saidal. Nous avons exclu en dernier lieu les titres de Alliance et NCA Rouiba pour différentes raisons. Le premier, pour rendement insuffisant (négatif) et le second, pour avoir été radié des cotations par la COSOB à partir de juillet 2020, sur demande du conseil d'administration de la société.

Dans le tableau ci-dessous, nous présentons les principales caractéristiques des titres objet de notre étude.

Tableau 1. Présentation des titres objet de l'étude

Entreprise	Secteur d'activité	Date d'introduction	Prix de souscription	Capital flottant(DA)
Alliance Assurances	Assurances	Mar2011	830DA	750.676.420,00
Aurassi	Hôtellerie	Février 2000	400DA	672.000.000,00
Biopharm	Pharmacie	2016	1225 DA	6.253.508.625,00
Saidal	Pharmacie	Février 1999	800 DA	1.086.000.000,00
AOM	Tourisme	Janvier 2019	297 DA	N.D.

Source : Site de la Bourse d'Alger <http://www.sgbv.dz>

3.1.2-Caractéristiques Statistiques des titres de l'étude

Le traitement statistique des séries des cotations mensuelles des titres de la Bourse d'Alger par le biais du logiciel EVIEWS 10 a donné lieu aux résultats du tableau ci-dessous :

Tableau 2. Statistiques descriptives des titres de la bourse d'Alger

	ALLIANCE	AOM	AURASSI	BIOPHARM	SAIDAL
Mean	-0.007436	0.054514	0.004186	0.001740	0.000675
Median	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Maximum	0.092115	0.324496	0.093332	0.182322	0.056240
Minimum	-0.106610	0.000000	-0.083382	-0.103850	-0.066691
Std. Dev.	0.035364	0.115190	0.029524	0.047974	0.026504
Skewness	-0.889476	1.729294	0.098183	1.249509	-0.411885
Kurtosis	5.560294	4.417014	6.352956	6.928203	4.307311
Jarque-Bera	21.05952	5.238659	24.44189	35.22329	5.173262
Probability	0.000027	0.072852	0.000005	0.000000	0.075273

Source : Résultats du traitement statistique des séries des rendements des titres par le logiciel Eviews 10.

Rendement des titres

Pour calculer les rendements mensuels pour chaque titre, nous avons utilisé la relation $\ln(P_t/P_{t-1})$. A partir de ces rendements mensuels, nous avons estimé les rendements mensuels moyens des

titres pour la période de l'étude, qui figurent dans la première ligne du tableau antérieur.

Nous constatons qu'hormis le titre AOM Invest qui affiche un rendement mensuel considérable de 5.45%, qui peut-être expliqué en partie par la courte série de cotations disponibles depuis son introduction en bourse, les autres titres présentent des rendements peu attractifs si on les compare avec le rendement moyenne des bons du Trésor à une année sur la même période. Les titres de Biopharm et Saidal affichent même des rendements moyens mensuels inférieurs au rendement sans risque des bons du Trésor sur la période de l'étude estimé à 0.223%⁽²⁾ De son côté, le titre de Alliance présente un rendement négatif, raison pour laquelle nous l'avons exclu de l'échantillon de l'étude.

Risques ou volatilités des titres

Les risque ou volatilités des titres mesurés par l'écart-type des rendements sont reportés dans la cinquième ligne du tableau antérieur, avec AOM comme titre présentant le plus grand risque (11.51%) et Saidal le plus bas (2.65%).

Asymétrie et aplatissement

Comme rapporté dans le tableau antérieur, sauf le titre de Saidal assorti d'un coefficient d'asymétrie négatif, ceux d'AOM Invest, Aurassi et de Biopharm affichent des coefficients supérieurs à zéro. Pour ces titres, les rendements supérieurs à la moyenne ont plus de chance d'apparaître que les valeurs inférieures.

Par ailleurs, les distributions de probabilités des titres de notre étude font apparaître, à travers leurs coefficients d'aplatissement, des queues épaisses ; ce qui signifie la probabilité de survenance de rendements extrêmes aussi bien positifs que négatifs.

En ce qui concerne la normalité des rendements, l'hypothèse de normalité est confirmée dans le cas des titres de AOM et Saidal et rejetée dans le cas de Aurassi et Saidal, avec une marge d'erreur de 5%.

Matrice des variances covariances

En utilisant la fonction covariance du logiciel Excel pour chaque paire de titres, nous avons obtenu la matrice suivante :

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0.013269 & -0.000829 & -0.000435 & -0.00010 \\ -0.000829 & 0.00087 & -0.0002486 & 0.0003 \\ -0.000435 & -0.0002486 & 0.00023 & 0.00034 \\ -0.00010 & 0.0003 & 0.00034 & 0.0007 \end{bmatrix}$$

Inverse de la matrice des variances covariances

$$\Omega^{-1} = \begin{bmatrix} 86.129 & 50.3767 & 7.2587 & 97.9258 \\ 50.3767 & 1525.13 & 280.5 & -717.905 \\ 7.2585 & 280.5 & 520.052 & -362.411 \\ 97.9258 & -717.905 & -362.411 & 2052.18 \end{bmatrix}$$

Matrice des corrélations

En effectuant la transformation $\rho_{i,j} = \text{Cov}_{i,j} / \sigma_i \sigma_j$ pour chaque paire de titres, il en résulte :

$$\begin{bmatrix} - & AOM & AUR & BIO & SAI \\ AOM & 1 & - & - & - \\ AUR & -0.2437 & 1 & - & - \\ BIO & -0.787 & -0.1755 & 1 & - \\ SAI & -0.0327 & 0.3833 & 0.2674 & 1 \end{bmatrix}$$

3.2- Méthodologie

Pour construire les portefeuilles efficients de titres de la Bourse d'Alger, nous avons utilisé la méthode d'optimisation proposée par Merton qui a été exposée antérieurement pour les portefeuilles composés intégralement d'actifs risqués, et la droite des marchés de capitaux pour le cas des portefeuilles mixtes.

Les 20 portefeuilles efficients de titres risqués (portefeilles reportés au tableau 3) couvrent une plage de rendement de pratiquement 9%, répartis sur des intervalles de rendement de l'ordre de 0.5%. A notre sens, ce nombre de portefeuilles est largement suffisant pour les besoins de l'étude dans la mesure où il couvre presque le double du

rendement du titre avec le rendement le plus élevé, soit AOM avec 5.4514%.

Nous allons, dans ce qui suit, présenter le modus-operandi des méthodes utilisées pour le calcul des frontières efficaces, en les illustrant par des exemples dans chaque cas. Commençons par la première colonne du tableau 3 (portefeuille 1). En partant d'un rendement égal 0.671% qui représente le rendement du portefeuille efficace de variance minimale, son risque mesuré par l'écart est estimé en calculant la racine carrée de la relation (7). Dans notre cas de figure, pour un rendement de 0.671%, le risque encouru en utilisant la relation (7) s'élève à 1.85%. Pour calculer les proportions investies dans chaque titre de ce portefeuille, la relation (4) nous résout le problème. Le vecteur de poids alloués à chaque titre est une combinaison linéaire des poids alloués au portefeuille g d'espérance de rendement nulle et des poids alloués au portefeuille h d'espérance de rendement égale à 100%. Le vecteur de poids obtenu en combinant les portefeuilles g et h pour le portefeuille 1 a la structure suivante : 8.34% alloué au titre de AOM invest, 39.3% au titre Aurassi, 15.3% au titre Biopharm et 37% au titre Saidal. Le même raisonnement est reconduit pour le calcul du risque et des proportions investies pour le reste des portefeuilles.

Le calcul des caractéristiques des portefeuilles mixtes reportés dans le tableau 4 repose sur l'équation de la ligne de marché des capitaux (14). Le terme constant de l'équation représente le taux de rendement libre de risque. La pente de l'équation est donnée par le ratio de Sharpe qui est estimé à 0.4938 pour notre étude. En partant des niveaux de risque calculés pour les portefeuilles de titres risqués du tableau 3, on parvient à estimer le rendement du portefeuille mixte, correspondant à chaque niveau de risque, en introduisant les valeurs du rendement de l'actif sans risque R_f et du ratio de Sharpe dans l'équation (14). Les proportions des portefeuilles mixtes obtenus sont calculés, à leur tour en nous basant, en premier lieu, sur la relation (13) qui nous fournit le pourcentage alloué au portefeuille tangent ou de marché, tandis que la part allouée à l'actif sans risque est donnée par la différence entre la totalité du budget de l'investisseur (100%) et le pourcentage du portefeuille tangent. Rappelons qu'en vertu du principe de séparation

en deux fonds, les proportions allouées aux titres au sein du portefeuille tangent restent invariables, quelle que soit l'attitude des investisseurs envers le risque.

Les ratios de Sharpe pour les portefeuilles de titres risqués du tableau 3 sont calculés en utilisant le rapport $(\mu_M - R_f) / (\sigma_M)$, où μ_M est le rendement du portefeuille du marché, R_f le rendement de l'actif sans risque et σ_M la volatilité ou risque du portefeuille du marché. Le portefeuille de marché est celui dont le ratio de Sharpe est maximal. C'est le portefeuille qui maximise le rendement ajusté au risque pour les investisseurs (portefeuille 5 du tableau 3). Dans notre étude, il est caractérisé par un rendement égal à 2.1%, un risque de 3.8% et alloué dans les proportions suivantes : 34.24% aux titres de AOM Invest, 50.81% aux titres de Aurassi, 9.52% aux titres de Biopharm et 5.4% aux titres de Sidal.

4- ANALYSE ET DISCUSSION DES RÉSULTATS DE L'ÉTUDE

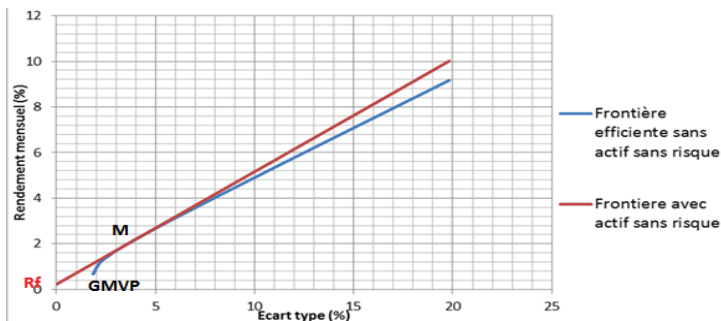
En nous appuyant sur le cadre moyenne –variance de Markowitz et en utilisant la méthode formulée par Merton telle que décrite dans la section antérieure, nous avons pu construire 20 portefeuilles efficients composés intégralement d'actifs risqués dont les caractéristiques sont reportées dans le tableau 3. La représentation graphique dans l'espace rendement-risque de ces portefeuilles nous a permis de tracer la frontière efficiente qui est une hyperbole qui commence par le point GMVP(fig.2). Les portefeuilles se situant à droite de ce point sont dits efficients dans la mesure où ils présentent un meilleur compromis entre le rendement et le risque, c'est-à-dire pour un niveau de rendement donné, ils ont le plus bas risque et, réciproquement, pour un niveau de risque donné, ils offrent le rendement le plus élevé. C'est sur cette courbe que les investisseurs doivent opérer leur choix de portefeuille. Les portefeuilles se situant en dessous du point ne sont pas efficients dans le sens décrit plus haut et, par conséquent, ne doivent pas être considérés.

Tableau 3. Portefeuilles efficients d'actifs risqués

Portef.	Rendement	Risque	Proportions Investies % (AOM,AUR,BIO,SAI)	Ratio de Sharpe
1 ⁽³⁾	0.00671	0.0185	(8.34 ;39.3 ;15.3 ;37)	0.2421
2	0.01171	0.0219	(17.41 ;43.32 ;13.32 ;25.91)	0.4328
3 ⁽⁴⁾	0.01550	0.0276	(24.28 ;46.37 ;11.77 ;17.54)	0.4807
4	0.01671	0.0297	(26.48 ;47.35 ;11.27 ;14.87)	0.4872
5 ⁽⁵⁾	0.02100	0.038	(34.24 ;50.819.52 ;5.40)	0.4939
6	0.02671	0.0500	(44.61 ;55.4 ;7.17 ;7.2)	0.4894
7	0.03171	0.0609	(53.21 ;59.43 ;5.12 ;18.25)	0.4840
8	0.03671	0.0721	(62.75 ;63.45 ;3.07 ;29.29)	0.4782
9	0.04171	0.0833	(71.81 ;67.48 ;1.02 ;40.33)	0.4739
10	0.04671	0.0947	(80.88 ;71.50 ;1.02 ;51.38)	0.4696
11	0.05171	0.1061	(89.95 ;75.53 ;3.07 ;62.42)	0.4663
12 ⁽⁶⁾	0.05451	0.1125	(95.02 ;77.78 ;4.22 ;68.07)	0.4647
13	0.05671	0.1175	(99.01 ;79.56 ;5.12 ;73.46)	0.4636
14	0.06171	0.1290	(108.08 ;83.58 ;7.17 ;84.50)	0.4610
15	0.06671	0.1405	(117.15 ;87.61 ;9.22 ;95.55)	0.4589
16	0.07171	0.1520	(126.22 ;91.63 ;11.27 ;106.59)	0.4571
17	0.07671	0.1636	(135.28 ;95.66 ;13.32 ;117.63)	0.4552
18	0.08171	0.1751	(144.35 ;99.68 ;15.37 ;128.67)	0.4539
19	0.08671	0.1867	(153.42 ;103.71 ;17.42 ;139.72)	0.4524
20	0.09171	0.1982	(162.48 ;107.74 ;19.47 ;150.76)	0.4514

Source : calculé par l'auteur.

Figure 3. Frontières efficientes avec et sans actif sans risque



Source : élaboré à partir des données des tableaux 3et4.

A partir du portefeuille, dit portefeuille de variance minimale, doté d'un rendement de 0.76% et d'un risque de 1.85% et composé de (8.34%; 39.3% ; 15.3% ; 37%), les investisseurs peuvent aspirer à obtenir des

rendements supérieurs , en assumant bien sur des risques supérieurs ,en se déplaçant tout le long de la frontière efficiente . A titre d'exemple, pour passer d'un rendement de 0.671% (portefeuille 1) à un rendement égal à 1.171% (portefeuille 2), il faut courir un risque équivalent à 2.19% contre un risque initial estimé à 1.85%.

Comme nous le pouvons constater des données du tableau 3 , à partir d'un rendement égal à 2.671% (portefeuille 6) assorti d'un risque de 5%, les investisseurs doivent adopter, dans un premier temps, des positions courtes (ventes à découvert) sur le seul titre de Saidal(portefeuilles de 6 à 9) pour aspirer à des rendements entre 2.671% et 4.171% et, simultanément, sur les titres de Saidal et Biopharm, par la suite, pour atteindre un rendement supérieur ou égal à 4.671% (portefeuilles de 10 à 20).

Parmi tous les portefeuilles efficients disponibles pour les investisseurs, le portefeuille 5 caractérisé par un rendement de 2.1% et un un risque de 3.8% et composé de (34.24% du titre AOM, 50.81% du titre Aurassi, 9.52% de Biopharm et 5.40% de Saidal) présente le taux de rendement ajusté au risque(Ratio de Sharpe) le plus élevé. C'est ce portefeuille qui va être combiné, en application du principe signalé de séparation, avec l'actif sans risque pour construire les portefeuilles mixtes du tableau 4.

S'agissant de notre hypothèse de départ, une lecture minutieuse des résultats de notre étude permet d'affirmer que l'effet de diversification est effectivement présent, mais il reste limité pour des considérations que nous analyserons plus loin.

Comme il a été souligné auparavant, l'échantillon des portefeuilles reportés dans le tableau présente un meilleur compromis entre le rendement et le risque pour tous les niveaux de rendement considérés. Autrement dit, il est possible de trouver, pour ces mêmes rendements, des portefeuilles offrant des rendements égaux, mais présentant des risques supérieurs. Considérons à titre d'illustration le portefeuille 3. Ce portefeuille a un rendement égal à 1.55%, rendement que les investisseurs peuvent obtenir en allouant d'une manière équipondérée leur budget entre les différents titres (25% pour chaque titre) en courant un risque de 2.96%, contre un risque de 2.7% s'ils choisissaient le

portefeuille 3. Nous pouvons multiplier les exemples pour les autres portefeuilles, mais nous allons nous limiter ici à présenter les cas les plus significatifs.

Un investisseur qui affiche une forte aversion pour le risque et qui accorde un grand intérêt à la préservation de son capital optera pour le portefeuille 1. C'est le portefeuille présentant le moindre niveau de risque parmi tous les portefeuilles efficients. En choisissant ce portefeuille, l'investisseur obtiendra un rendement de 0.671%, rendement supérieur au rendement qu'il aurait obtenu en plaçant la totalité de sa richesse dans les titres individuels, avec des rendements de l'ordre de (0.4186%) pour le titre Aurassi, 0.1740% pour Biopharm et 0.0675 pour le titre Sidal. Mieux encore, le risque ou volatilité de ce portefeuille se trouve sensiblement réduit (0.185%) comparativement à l'alternative de placements individuels, soit 2.95% pour le titre Aurassi, 4.79% pour Biopharm et 2.65% pour Sidal.

Pour un investisseur ayant de la tolérance pour le risque et aspirant à obtenir un rendement conséquent, la seule option d'y parvenir, en absence de la diversification, consiste à placer la totalité de sa richesse dans le titre avec l'espérance de rendement la plus élevée, soit le titre AOM avec une espérance de rendement égale à 5.41% et un écart-type de 11.52%. En faisant jouer l'effet diversification via la combinaison des titres dans les proportions adéquates (Portefeuille 12), il est possible d'obtenir le même rendement mais en supportant un niveau de risque inférieur (11.25%).

Lorsqu'en plus des titres risqués disponibles, un actif sans risque est introduit, l'allocation des ressources gagnerait en efficience, dans la mesure où il est possible d'améliorer le binôme rendement-risque pour les portefeuilles mixtes composés d'une position longue sur le portefeuille de marché et une position longue ou courte sur l'actif sans risque, comparativement avec les portefeuilles formés intégralement d'actifs risqués (droite de la figure 3). En effet, comme nous le pouvons déduire de la comparaison des colonnes des rendements des portefeuilles des tableaux 3 et 4, les rendements des portefeuilles mixtes dominent systématiquement ceux des portefeuilles du tableau 1 pour les mêmes niveaux de risque. A titre d'exemple, en assumant un

risque de 1.85%, les investisseurs obtiennent un rendement de 0.671% si leur portefeuille est composé uniquement de titres risqués (portefeuille 1 du tableau 1). En contrepartie, en assumant le même risque, ils peuvent pratiquement doubler leur rendement (1.136%) en allouant leur richesse entre le portefeuille de marché (48.68%) et une position longue sur l'actif sans risque(51.32%). Le constat est valable pour le reste des portefeuilles, mais avec toutefois un gain en matière de rendement moins évident pour les portefeuilles dont les rendements se situent dans la fourchette de rendement de 1.1% à 2.1%, pour ensuite gagner progressivement en importance à partir du point de tangence des deux frontières (portefeuille de marché). Ces derniers portefeuilles impliquent, bien sûr, une position longue sur le portefeuille de marché et une position courte sur l'actif sans risque.

Tableau 4. Portefeuilles mixtes efficaces (Portefeuille de marché +actif sans risque)

Portefeuille	Rendement	Risque	Proportions investies%(Portefeuille de marché, actif sans risque)
1 ⁽⁷⁾	0.00223	0	0 ;100)
2	0.01136	0.0185	(48.68 ;51.32)
3	0.0130	0.0219	(0.5761 ;0.4239)
4	0.01585	0.0276	(0.7260 ;0.2740)
5	0.01689	0.0297	(0.7813 ;0.2187)
6	0.021	0.038	(100 ;0)
7	0.02692	0.0500	(131.53 ;-31.53)
8	0.03230	0.0609	(160.20,-60.2)
9	0.03784	0.0721	(189.67 ;-89.67)
10	0.04337	0.0833	(219.13;-119.13)
11	0.04900	0.0947	(249.12 ;-149.12)
12	0.05463	0.1061	(279.11 ;-197.11)
13	0.05779	0.1125	(295.50 ;-195.50)
14	0.06026	0.1175	(309.1 ;-209.1)
15	0.06594	0.1290	(339.35 ;-239.35)
16	0.07162	0.1405	(369.60 ;-269.6)
17	0.07730	0.1520	(399.86 ;-299.86)
18	0.08303	0.1636	(430.37 ;-330.37)
19	0.08871	0.1751	(460.63 ;-360.63)
20	0.09444	0.1867	(491.14 ;-391.14)
21	0.10017	0.1982	(521.39 ;-421.39)

Source : calculé par l'auteur.

Jusqu'ici nous nous sommes occupés de confirmer la première partie de notre hypothèse principale de travail, à savoir si l'effet de diversification existe pour l'ensemble des portefeuilles efficients obtenus. Dans ce qui suit, nous nous tacherons de calibrer cet effet et analyser ses limites.

L'une des raisons fondamentales qui constitue un sérieux handicap pour l'émergence d'une industrie financière en Algérie réside dans le caractère peu développé du marché financier algérien. En effet, la Bourse d'Alger accumule un très grand retard sur tous les plans, comparativement aux autres places du continent africain. Ces insuffisances concernent aussi bien la taille du marché (nombre réduit de sociétés listées et faible capitalisation boursière) que son propre fonctionnement.

La taille de la Bourse d'Alger, avec son nombre très réduit de sociétés admises à cotation, ne permet pas de faire jouer la diversification, qui est l'essence même de la gestion de portefeuille. Pour que celle-ci soit efficace, un nombre minimal de titres à combiner dans un portefeuille est requis. La plupart des études s'accordent à situer ce nombre dans la fourchette de 10 à 30 titres. Notre étude présente un déficit dans ce sens, dans la mesure où sur les six titres cotés pour la période considérée, seulement quatre ont été sélectionnés pour les raisons déjà mentionnées. Avec ce nombre de titres, toute diversification sectorielle, régionale, par classe d'actifs ou autres demeure une mission difficile. L'échantillon de l'étude est représenté à la hauteur de 50% par le secteur de l'industrie pharmaceutique (Biopharm et Soidal) et 50% par le secteur du tourisme (Aurassi et AOM Invest), excluant des secteurs prépondérants de l'économie nationale à l'instar des hydrocarbures, du bâtiment et des travaux publics, et de la banque⁽⁸⁾, qui est censée, par son expertise et son savoir-faire jouer un rôle primordial dans l'animation et le développement de la bourse des valeurs; ce qui donne lieu à un échantillon peu représentatif de l'économie nationale et qui, sur le plan opérationnel, ne permet pas une diversification à la Markowitz, étant donné le choix limité de portefeuilles avec des titres dont les corrélations des rendements seraient faibles. Même si les portefeuilles obtenus présentent des

réductions en matière de risque, comme il a été signalé, ces dernières sont loin d'être optimales puisque, au regard de leur composante, ces portefeuilles incorporent toujours une partie importante des risques spécifiques des titres.

Autre obstacle majeur à l'application du cadre moyenne-variance à la Bourse d'Alger tient au fonctionnement de cette dernière. Les volumes transigés sur cette place financière, comme l'attestent le grand pourcentage de sessions sans activité quand on analyse la série des cotations journalières des titres, sont dérisoires, ce qui traduit une faible liquidité des titres et un moindre dynamisme des investisseurs dans leurs opérations d'achat et de vente, et de construction et rééquilibrage de leurs portefeuilles, surtout pour le cas des investisseurs institutionnels. Cette situation est couplée avec l'interdiction des ventes à découvert dont les pratiques de la Bourse d'Alger limite sévèrement les gains en matière de diversification pour les portefeuilles construits, aussi bien dans le cas de portefeuilles composés intégralement de titre risqués (tableau 3) que dans celui des portefeuilles mixtes (Tableau 4). Une relecture des résultats de ces deux tableaux nous amène à conclure que l'effet de diversification est majoritairement tributaire de l'adoption d'une position courte sur les titres de Biopharm et Saidal dans le cas des portefeuilles de titres risqués, et ventes à découvert de l'actif sans risque dans le cas des portefeuilles mixtes. En effet, à partir d'un rendement égal à 2.671%, les investisseurs doivent adopter des positions courtes sur le titre de Saidal (portefeuilles de 6 à 9) et simultanément, sur les titres de Saidal et Biopharm à partir d'un seuil de rendement de 4.671% (portefeuilles de 10 à 20). Pour les portefeuilles mixtes, les positions courtes sur l'actif sans risque sont nécessaires pour des rendements supérieurs au rendement du portefeuille tangent (portefeuilles de 7 à 21); or, c'est à partir de ce niveau de rendement qu'on obtient des différences de rendement plus importantes pour les mêmes niveaux de risques, en comparant les portefeuilles de titres risqués et les portefeuilles mixtes. En relâchant cette hypothèse de ventes à découvert, il est évident que l'éventail des portefeuilles disponibles pour les investisseurs se trouverait sensiblement réduit.

Aux difficultés opérationnelles antérieures se greffe une considération d'ordre théorique concernant l'utilisation des paramètres historiques comme estimateurs des paramètres espérés. Comme le signale Micheaud (1989), cela peut introduire des biais significatifs qui font que les portefeuilles proportionnés par le modèle soient peu attractifs pour les investisseurs, car composés essentiellement d'un nombre réduit de titres à hauts rendements, faibles variances et faible corrélation avec les autres titres. Les résultats de cette étude sont sujets, bien sûr, à cette limitation.

Les résultats obtenus dans le cadre de notre étude, pour les raisons analysées antérieurement, donnent lieu à des frontières efficientes se situant en dessous de leurs homologues pour les études empiriques signalées dans la revue de la littérature ; cela est aussi bien le cas des bourses de pays avancés (USA, Japon et Espagne) que le cas des pays avec des bourses de valeurs moins développées (Maroc, Colombia, Ghana et Nigéria). En d'autres termes, il serait possible de réduire le risque des portefeuilles, pour un niveau de rendement donné ou, inversement, augmenter le rendement des portefeuilles pour un niveau de risque donné, si le nombre de titres conformant ces portefeuilles était plus important.

CONCLUSION

Nous avons essayé tout au long de cette étude de construire des portefeuilles efficientes avec les titres listés sur la Bourse d'Alger et de tracer les frontières efficientes en l'absence et la présence d'actif sans risque respectivement, en nous appuyant sur le cadre moyenne-variance de Markowitz et ses extensions. Nous avons montré comment les investisseurs algériens devraient combiner les différents actifs pour optimiser le binôme rendement-risque et obtenir, en conséquence, de meilleures performances sur leurs décisions de placement.

Le résultat le plus saillant de l'étude vient confirmer nos hypothèses de travail, dans le sens où bien que la diversification de portefeuille s'est traduite par une réduction de risque pour les investisseurs algériens, la portée de celle-ci est limitée pour des raisons inhérentes au caractère peu développé de la Bourse d'Alger. Le nombre très réduit

de sociétés admises à cotation, la faible liquidité des titres et la non autorisation de certaines pratiques, comme les ventes à découvert, constituent des difficultés opérationnelles pour la mise en application du modèle de Markowitz, auxquels s'ajoute l'inconvénient principal de ce type d'études, qui consiste à estimer les rendements espérés des titres à partir des données historiques

Les investisseurs algériens aussi bien particuliers qu'institutionnels ont besoin, pour prendre des décisions bien fondées en matière d'allocation de leurs ressources, d'une bourse de valeurs solide, stable et performante. Dans l'état actuel des choses cela passe par concrétisation des réformes annoncées et qui attendent toujours de voir le jour.

Notes

- (1) Dans ce travail le symbole μ (en gras) représente un vecteur de rendements, tandis que μ est un rendement.
- (2) Le taux de rendement libre de risque utilisé est le rendement moyen des bons du Trésor à une année pour la période de l'étude estimé à partir des données du site de la Banque d'Algérie. Les calculs effectués nous donnent un rendement annuel moyen de l'ordre de 2.71%, ce qui représente un rendement de 0.223% en termes mensuels.
- (3) Portefeuille efficient de variance minimale.
- (4) Portefeuille efficient de rendement équivalent au rendement du portefeuille équilibré.
- (5) Portefeuille de marché.
- (6) Portefeuille efficient de rendement équivalent au rendement du titre avec le rendement le plus élevé.
- (7) Portefeuille investi intégralement dans l'actif sans risque.
- (8) La situation est pour le moins curieuse dans la mesure où les grandes banques publiques sont à la fois membres fondateurs de la Société de Gestion de la Bourse des Valeurs et intermédiaires des opérations de bourse, mais aucune d'elle n'est admise à cotation sur ce marché.

Références bibliographiques

- Black F., (1972).** "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing", *Journal of Business*, 45 (3), 444-455.
- Bekada M., & Derbal A., (2016).** « Le marché financier en Algérie : état des lieux et perspectives de son développement », *Revue algérienne d'économie et de gestion*, 10(3), 59-81.
- Bernstein P., (1996),** *Against the Gods: The remarkable story of Risk*. John Wiley & Sons. New York.
- Bouhadi A., Ounir A., & El Maguiri M., (2010).** «The efficient portfolio construction : an empirical investigation based on some listed shares in Casablanca stock exchange», disponible sur le site https://mpr.aub.uni_muenchen.de/19681.
- Burr W., (1938).** *The theory of investment value*, First Edition, Harvard University Press, Boston.
- Clarke R. G., de Silva H., & Thorley S., (2006).** " Minimum-Variance Portfolios in the U.S. Equity Market". *The Journal of Portfolio Management*, 33(1), 10–24.
- Elton E.J., & Gruber M. J., (1997).** " Modern Portfolio Theory 1950 to Date" *Journal of Banking & Finance* 21, pp 1743-1759.
- Garcia T., & Borrego D., (2017).** "Markowitz efficient frontier and CML: evidence from the Portuguese stock market", *The European Journal of Management Studies*, 22(1), 3-23.
- Khenouche H., (2020).** « Analyse des performances de la bourse d'Alger : étude comparative des bourses d'Alger, de Tunis et de Casablanca », *Revue des Sciences Commerciales*, 19(1), 171-196.
- Khoudri A., (2012).** « Le marché financier algérien : situation et perspectives », *Cahiers du Cread*, n°101.
- Logubayom A.I.N., & Victor T.A., (2019).** "Portfolio Optimization of Some Stocks on the Ghana Stock Exchange Using the Markowitz Mean-Variance Approach", *Journal of Financial Risk Management* 8(1), 29-41.
- Lyu K., (2021),** "Portfolio Management of 8 Australian Companies' Stocks", *Open Journal of Social Sciences*, 9 (1), pp.438-446.

- Konno H., and Yamazaki H., (1991),** “Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market”, *Management Science*, 37(5), 519-531.
- Mayanja F., Matarmvura S., and Mahera, W.C., (2013).** “Mathematical Approach to a Stocks Portfolio Selection: The Case of Uganda Securities Exchange (USE)”, *Journal of Mathematical Finance*, 3 (4), pp.487-501.
- Markowitz H., (1952a).** « Portfolio Selection ». *The Journal of Finance*, 7 (1), 77-91.
- Markowitz H. M., (1959).** *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. John Wiley & Sons, New York.
- Markowitz H., (1999).** “Early History of Portfolio Theory”, 1600-1690, *Financial Analyst Journal*, 5(4), 5-16, Oxford.
- Merton, R.C., (1972).** “An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 7(4), 1857-1872.
- Medina L.A., (2003).** “aplicacion de la teoria del portafolio al mercado accionario colombiano”, *Cuadernos de Economia*, 22(39), 129-168.
- Offiong A.I., Rimam H.B., & Eyp E.E., (2016).** “Determining optimal portfolio in a three-asset portfolio mix in Nigeria”, *Journal of Mathematical Finance*, 6(4), 524-540.
- Sharpe W., (1964).** « Capital Asset Prices – A theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk », *Journal of Finance*, 19(3), 425-442.
- Tobin J., (1958).** « Liquidity Preference as Behavior Toward Risk », *Journal of Economic Studies*, 25(2), 65-86
- Zubeldia A.M., Zabalza L.M. and Zubiaurre M.Z., (2002).** “El modelo de Markowitz en la gestion de carteras”, *Cuadernos de Gestion*, 2(1), 33-46.

Annexe

Évolution des principaux indicateurs de la bourse d’Alger

	Nombre de sociétés cotées	Capitalisation boursière(en M/USD)	Capitalisation boursière en % du PIB	Valeur transigée (M/USD)
2000	3	285.3	0.52	-
2005	3	141.73	0.18	46.88
2010	2	106.20	0.07	67.1
2015	4	153.23	0.09	181.13
2020	6	338.22	0.02	0.62

Source: (Elaboré à partir des données de la Banque Mondiale et de divers rapports et documents).