Cahiers du CREAD n°5, 1er trimestre 1986, pages 153-173.

KADA AKACEM[*]

# Evaluation critique des politiques de stabilisation de A. W. Phillips

Le présent article se propose, campe son titre l'indique, de procéder à une évaluation des politiques de stabilisation économique préconisées par A. W. Phillips[1]. Bien que datant de 1954, l'approche de Phillips (the control system approch) aux problèmes de stabilisation, continue de susciter un certain intérêt dans la littérature économique. Notre but dans cette étude, est de montrer que les conclusions auxquelles est parvenu A. W. Phillips sont loin d'être toujours justes, et que, par conséquent les politiques de stabilisation qu'il préconise ne sont pas toujours appropriées.

Pour ce faire, nous présenterons tout d'abord l'approche de Phillips pour ensuite procéder à l'évaluation de ses résultats.

### I – L'approche de Phillips

A. W. Phillips fut le premier à considérer les problèmes de stabilisation en tant que processus dynamic, appliquant pour la première fois, la théorie du contrôle en "feedback" (feedback control theory) à une version dynamique du multiplicateur keynesien et à un modèle dynamic de déséquilibre du multiplicateur – accélérateur. Il étudia alors les propriétés de stabilité de trois différentes politiques de stabilization, – et les chemins temporels (time paths) du revenu national, qui en résultèrent – dans le but de contrôler, par le biais des dépenses de l'Etat, les déviations de la production globale du niveau de production de plein emploi.

Une version simplifiée des modèles utilisés par Phillips est la suivante :

**équation de demande :**

$$Z\ (t) = C\ (t) + I\ (t) + G\ (t) \qquad (1)$$

où : Z (t) est la demande globale mesurée à partir de la valeur de l'équilibre initial. La consommation C (t) est donnée par l'expression suivante :

$$C\ (t) = c\ Y\ (t) \qquad (2)$$

(c) étant la propensité à consommer et Y (t) la production globale (identifiée au Revenu National), mesurée à partir de la valeur de l'équilibre initial. I (t) représente l'investissement et est défini par :

$$I(t) = v\,\dot{Y}(t) \qquad (3)$$

où: $$\dot{Y}(t) \equiv \frac{dY(t)}{dt} \qquad (4)$$

et (v) le coefficient d'accélération. Enfin G (t) est une demande "officielle", que Phillips utilise comme une variable de contrôle, pour stabiliser l'économie, selon le mécanisme d'ajustement dynamique suivant, entre la demande globale et l'offre globale :

$$\dot{Y}(t) = -m\left[Y(t) - Z(t)\right] = -\frac{1}{F}\left[Y(t) - Z(t)\right] \qquad (5)$$

où : (m) est une constante positive qui représente la vitesse d'ajustement de la production aux variations de la demande et $F = \frac{1}{m}$ est la constante temps du retard ("lag") de production.

En combinant les différentes équations ci-dessus, nous obtenons :

$$m\dot{Y} + Y = Z = cY + v\dot{Y} + G \qquad (6)$$

soit :

$$(m - v)\dot{Y} + sY - G = o \qquad (7)$$

où s = 1 - c est la propension à épargner et où la variable temps, t, a été omise pour simplifier l'écriture, dans ce qui suit. Phillips applique alors au modèle ci-dessus (7), trois relations différentes entre le revenu national et les dépenses de l'Etat, c'est-à-dire trois politiques différentes de stabilisation, pour "corriger" les différences entre le revenu national obtenu Y (t) et le niveau désiré du revenu (le niveau de l'équilibre initial), ce qui revient à rendre Y (t) égal à zéro au temps final :

– la première politique est dite <u>proportionnelle</u> (<u>proportional stabilization policy</u>) et, est définie par :

$$G_p(t) = -f_p \cdot Y(t) \qquad (8)$$

où $f_p$ est une constante positive. Cette première politique est donc inversement proportionnelle à <u>l'écart</u> entre le revenu obtenu (actual revenu) et le niveau désiré (ou niveau objectif).

– la deuxième politique est la <u>politique de l'intégrale</u> (<u>intégral stabilization policy</u>). Elle est donnée par l'expression.

$$G_i(t) = -f_i \cdot \int_o^t y(\alpha)\, d\alpha \qquad (9)$$

où $f_i$ est une constante positive, et $\alpha$ une variable d'intégration. Ici, la politique est inversement proportionnelle à la somme des écarts entre les niveaux du revenu national, obtenus dans le passé et le niveau désiré.

– enfin en troisième position nous avons la "derivative (dérivée) stabilization policy" qui est inversement proportionnelle à la dérivée de l'écart Y (t) par rapport au temps, t ; elle est définie par :

$$G_d\ (t) = - f_d \cdot \dot{Y}\ (t) \qquad (10)$$

Ainsi, chacune des trois politiques ci-dessus est donnée dans une "feedback control form", puisque dans chaque cas la relation est de la forme :

$$G = g\ (Y) \qquad (11)$$

Phillips compare alors chaque politique aux deux autres en comparant les "time-paths" qui en résultent. Les résultats de ces comparaisons sont que :

– la politique "proportionnelle" corrige presque complètement l'écart de production Y (t) et engendre des oscillations dans le "time-path" du revenu.

– la politique de "l'intégrale" est plus efficace que la proportionnelle, puisqu'elle corrige complètement l'écart de production Y (t). Cependant elle introduit plus d'oscillations et sa vitesse de convergence est plus faible.

– c'est seulement lorsque la politique de la "dérivée" est additionnée aux deux autres, que les oscillations sont éliminées et la vitesse de convergence est augmentée.

Ceci amène Phillips à proposer l'utilisation d'une combinaison appropriée, (selon la situation), des trois politiques ci-dessus :

La "proportionnelle" servira à contrôler le niveau des variables économiques, "l'intégrale" permettra la correction complète des écarts observés et la "dérivée" enfin aidera à contrôler les tendances aux fluctuations.

## II – Évaluation de l'approche de Phillips

Dans cette partie nous allons montrer par des contre-exemples que, contrairement à ce qu'avance Phillips, d'une part, les politiques de la "proportionnelle" et de l'intégrale ne sont pas intrinsèquement oscillatoires (en ce sens qu'elles introduisent des fluctuations dans le time-path" du revenu) et d'autre part, la politique de la "dérivée " n'est pas, en soi, une politique d'élimination des tendances aux fluctuations.

Dans un souci de simplification, nous utiliserons un modèle, très simple, du multiplicateur :

équation de la demande :

$$Z = c\ Y + G \qquad (12)$$

ici, toutes les dépenses autonomes sont supposées être égales à zéro.

l'offre : comme dans la 1ère partie de cet article, nous avons :

$$\dot{Y} = -\frac{1}{F}(Y - Z) \qquad (13)$$

d'où l'on déduit :

$$F\dot{Y} + Y = Z = cY + G \qquad (14)$$ , soit

$$F\dot{Y} + sY - G = o \qquad (15)$$

dont la solution, en supposant G = o, est

$$Y_1 = A_1 e^{-s/F \cdot t} \qquad (16)$$

où s = 1 - c et $A_1$ est une constante d'intégration.
Il est clair que la solution $Y_1$ n'est pas une solution oscillatoire.

**1°) – La politique "proportionnelle"**

**a) Premier cas :**

Prenons comme Phillips, $G = - f_p Y$, dans l'équation (15), nous obtenons :

$$F\dot{Y} + Y - cY + f_p Y = o \qquad (17)$$

soit,

$$F\dot{Y} + (s + f_p)\, Y = o \qquad (18)$$

dont la solution est :

$$Y_2 = A_2 e^{-\frac{(s+f_p)}{F} t} \qquad (19)$$

qui, comme $Y_1$ ci-dessus, n'est pas une solution oscillatoire. Ainsi, ce contre-exemple montre que la politique "proportionnelle" de stabilisation n'introduit pas automatiquement, des oscillations dans le "time path" du revenu. Ceci contredit donc les résultats de Phillips. Comment expliquer alors que Phillips trouve que la "proportionnelle" est toujours oscillatoire ?

**b) Deuxième cas :**

La raison est que Phillips suppose qu'il y a un "time lag" entre la politique désirée $f_p Y$ et la politique réalisée G, dû à un décalage (lag) entre le temps où une décision de corriger le niveau de la production est prise et le temps où l'action de correction commence. Il considère alors le "time lag" suivant :

$$\frac{1}{KD + 1} \qquad (20)$$

où $D = d/dt$ ; exemple $DX = \dot{X} = \frac{dX}{dt}$ **(21)**

k = est la constante temps du précédent "lag". On obtient alors :

$$G = -\frac{1}{kD+1}\, f_p Y \qquad (22)$$

soit, $kDG + G = -f_p Y$ ou $k\dot{G} = -G - f_p Y$

soit finalement :

$$\dot{G} = -\frac{1}{k}\,(G + f_p Y) \qquad (23)$$

En combinant les équations (15) et (22), nous obtenons :

$$F\dot{Y} + sY + \frac{1}{kD+1}\, f_p Y = o \qquad (24)$$

soit,

$$kF\ddot{Y} + F\dot{Y} + sk\dot{Y} + sY + f_p Y = o \qquad (25)$$

$$(\text{où } \ddot{Y} = D\dot{Y} = \frac{d\dot{Y}}{dt}) \qquad (26)$$

soit enfin :

$$kF\ddot{Y} + (F + sk)\dot{Y} + (s + f_p)\, Y = o \qquad (27)$$

dont l'équation caractéristique est

$$kFh^2 + (F + sk)\, h + (s + f_p) = o \qquad (28)$$

dont le discriminant

$$\Delta = (F + sk)^2 - 4\,Kf\,(s + f_p) \qquad (29)$$

est négatif pour toutes les valeurs numériques considérées par Phillips :

$(F = 1/4 ; s = 1/4 ; k = 1/2$ ou $1/8 ; f_p = 1/2$ ou $2)$

Les racines de l'équation (29) sont donc complexes, et la solution de (29) est donc oscillatoire. Ainsi donc, ce n'est pas la politique "proportionnelle" qui introduit les oscillations mais plutôt la forme du "time lag" donné par l'expression (20). Nous soutenons qu'il en est ainsi parce que, lorsque le "time lag" (20) est introduit par l'équation (22) dans le modèle (15), l'ordre de l'équation différentielle (15) augmente d'une unité, puisque l'équation qui en résulte, à savoir l'équation (27), est une équation différentielle du deuxième ordre (alors que nous sommes partis d'une équation (15) différentielle du premier ordre). Avant d'examiner le lien entre l'ordre de l'équation différentielle et le "time path" du revenu national, introduisons d'abord la deuxième politique.

### 2°) – Les politiques "proportionnelle" et de la "dérivée" (ensemble)

Nous allons montrer que, contrairement aux conclusions de Phillips, si nous utilisons les deux politiques ci-dessus, en adoptant le même "time lag" (20) pour les deux, le "time-path" du revenu, qui en résulte sera encore oscillatoire.

Prenons alors dans l'équation (15),

$$G = \frac{1}{kD + 1} \quad (- f_p Y - f_d \dot{Y}) \qquad (30)$$

nous obtenons :

$$F\dot{Y} + s\,Y + \frac{1}{kD + 1} \quad (f_p Y + f_d \dot{Y}) = o \qquad (31)$$

soit :

$$Fk\ddot{Y} + (F + sk + f_d)\dot{Y} + (s + f_p)\,Y = o \qquad (32)$$

ou :

$$\Delta = (F + sk + f_d)^2 - 4\,Fk\,(s + f_p) \qquad (33)$$

est encore négatif pour les valeurs numériques considérées par Phillips ($f_d$ = 1 ou 1/4, le reste des valeurs étant les mêmes qu'auparavant). Donc, bien qu'on ait introduit la politique de la "dérivée" dans le système, la solution de l'équation (32) qui en résulte est oscillatoire. Notons enfin qu'en allant de l'équation (15) à l'équation (32) l'ordre (de l'équation différentielle) est passée de un à deux.

**3°) – Explications**

Pourquoi, l'ordre de l'équation différentielle est-il si important dans les exemples ci-dessus ? Considérons les graphiques suivants :

Fig. 1

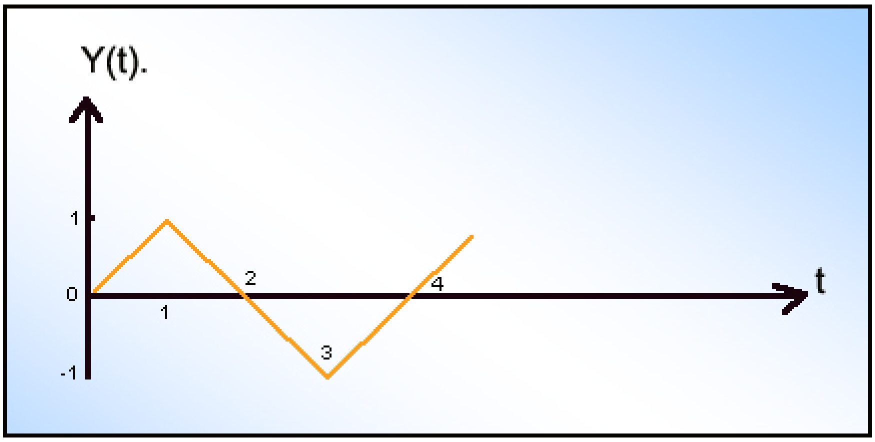



Fig. 2

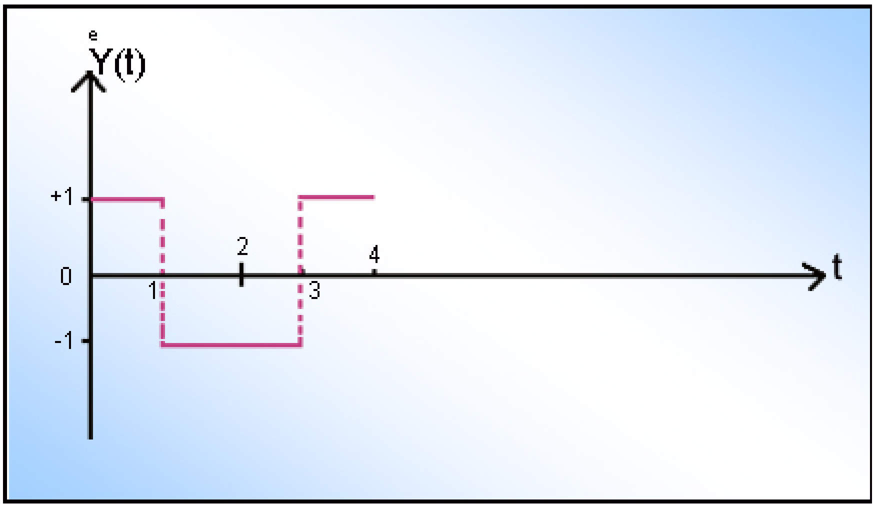
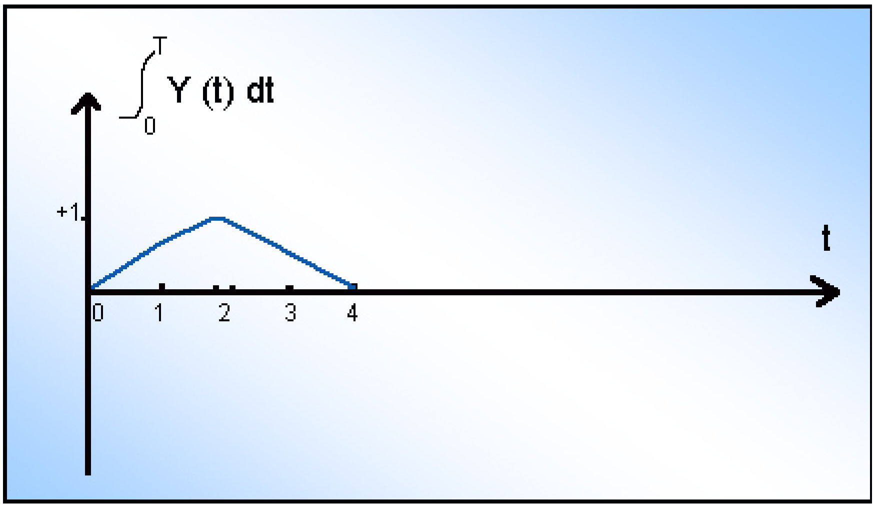



Fig. 3




D'après la figure 2, nous remarquons que, lorsque l'opérateur de différentiation est appliqué à Y (t) ; l'effet qui en résulte, est une accentuation des fluctuations de Y (t) (en partant de la fig. 1).

La figure 3 montre que l'effet de l'opérateur d'intégration est, au contraire une modération des fluctuations de Y (t).

Dès lors, chaque fois qu'on applique un opérateur de différentiation à une équation différentielle, on accroît l'ordre de l'équation et on introduit des oscillations dans la solution. De même, chaque fois qu'on applique un opérateur d'intégration, on abaisse l'ordre de l'équation différentielle et on tempère les oscillations de la solution de l'équation.

En effet, un intégrateur appliqué à une fonction du temps (a time function), fait la sommation de l'aire située sous la courbe de la fonction pendant un interval de temps. Ce faisant, il tempère (il "arrondit") les fluctuations de la fonction. Par contre l'opérateur de différentiation donne la pente de la fonction et "accentue" ainsi les variations de la fonction.

En appelant Y (t) l'output et G (t) l'input du système, on peut réécrire

l'équation-modèle (15), sous la forme suivante :

$$\sum_{i=o}^{i=1} a_i \, d^i \, Y(t) \, / \, dt^i = G(t) \qquad (34)$$

ou : $a_o = s$ et $a_1 = F$

Dès lors si G est constant, l'output Y (t) sera lié à l'input G par une seule intégration.

Si G = - $f_p$Y, la relation entre Y et G est encore caractérisée par une seule intégration. Par conséquent et encore une fois, la politique "proportionnelle" n'est pas intrinsèquement oscillatoire, comme nous l'avons constaté par la solution (19).

Enfin, si

$$G = -\frac{1}{kD+1} f_p Y \qquad (35)$$

alors, comme nous l'avons vu plus haut, la solution est oscillatoire. C'est par conséquent la forme du "time-lag" avec lequel la politique "proportionnelle" est appliquée qui introduit les oscillations dans la solution et non la politique "proportionnelle" en soi. Il en est ainsi, parce que l'expression (35), ci-dessus, introduit une différentiation supplémentaire dans la relation entre Y (t) et G (t) donnée par l'expression (34) et augmente ainsi l'ordre de l'équation différentielle. Cela peut se voir également par ce qui suit :

à partir de l'expression $G = -\dfrac{1}{kD+1} f_p Y$

on obtient :

$$\dot{G} = -\frac{1}{k}(G + f_p Y) \qquad (36)$$

$$G = -f_p Y - k\dot{G} \Rightarrow f_p Y = \sum_{i=0}^{i=1} k^i \frac{d^i G}{dt^i} \qquad (37)$$

$$-k\dot{G} = -k[-f_p \dot{Y} - k\ddot{G}] \qquad (38)$$

$$+k^2\ddot{G} = +k^2[-f_p \ddot{Y} - k\dddot{G}] \qquad (39)$$

Maintenant comment expliquer le fait que la politique de "l'intégrale" telle que préconisée par Phillips, introduit de fortes oscillations dans le système, alors que nous venons de dire que l'opérateur d'intégration introduit une modération dans les oscillations ? Considérons alors quelques exemples avec la politique de "l'intégrale".

**4°) – La politique de l'"intégrale"**

**a) Premier cas :**

Si dans l'équation (15) nous remplaçons G par,

$$G = -f_i \int Y \, dt \qquad (40)$$

nous obtenons alors,

$$F\dot{Y} + sY + f_i \int Y\,dt = 0 \qquad (41)$$

pour nous débarrasser de l'intégrale, différentions (41), pour obtenir,

$$F\ddot{Y} + s\dot{Y} + f_i Y = 0 \qquad (42)$$

dont le discriminant, est négatif pour les valeurs numériques considérées par Phillips ($f_i$ = 1/4 ou 2). La solution est donc oscillatoire et ceci parce que, encore une fois, l'ordre de l'équation différentielle (15) a été augmentée d'une unité, par l'introduction de la politique de "l'intégrale" (40).

Par conséquent, malgré le fait que l'intégrale d'une variable, tends en général, à modérer toute fluctuation dans la variable, ici l'application d'une politique de "l'intégrale", accentue les fluctuations du système. La raison est que ce qui compte, c'est l'effet total de la politique de "l'intégrale" sur le système, qui est dans ce cas, une augmentation de l'ordre du système dynamique (15).

**b) Deuxième cas :**

Plus haut nous avons montré que, contrairement à ce qu'avait avancé Phillips, une politique de la "dérivée" additionnée à une politique "proportionnelle", n'introduit pas d'effet de "modération" (smoothing effect) dans la solution, aussi longtemps que l'ordre de l'équation différentielle (15) s'accroît après l'application des deux politiques, à cause de la forme du "time-lag" avec lequel elles sont appliquées. Dans le présent contre-exemple, nous allons montrer que nous arrivons à la même conclusion quand nous ajoutons une politique de la "dérivée" à une politique de "l'intégrale" (même dans le cas où aucun "time-lag" n'est appliqué à G).

Prenons,

$$G = -f_i \int Y\,dt - f_d \dot{Y} \qquad (43)$$

dans l'équation-système (15), nous obtenons :

$$F\dot{Y} + sY + f_i \int Y\,dt + f_d \dot{Y} = 0 \qquad (44)$$

En différenciant l'équation ci-dessus, une fois, pour nous débarrasser de l'opérateur d'intégration, nous obtenons :

$$F\ddot{Y} + s\dot{Y} + f_i Y + f_d \ddot{Y} = 0 \qquad (45)$$

Notons que ce que nous venons de faire, c'est éliminer l'opérateur d'intégration – le facteur de modération – en différenciant (44), c'est-à-dire, en introduisant des éléments oscillatoires.

Le discriminant de (45) est négatif pour les mêmes valeurs numériques que dans les exemples précédents. La solution de (45) est alors oscillatoire, ce qui contredit donc les conclusions de Phillips.

**c) Troisième cas :**

Considérons maintenant, une politique de stabilisation composée, comme le préconise Phillipe, par un élément "proportionnel", un élément "intégral" et un élément "dérivée".

Prenons dans l'équation (15),

$$G = -f_p Y - f_i \int Y dt - f_d \dot{Y} \tag{46}$$

nous obtenons :

$$F\dot{Y} + sY + f_p Y + f_i \int Y dt + f_d \dot{Y} = 0 \tag{47}$$

qui devient :

$$(F + f_d)\ddot{Y} + (s + f_p)\dot{Y} + f_i Y = 0 \tag{48}$$

dont le discriminant est :

$$\Delta = (s + f_p)^2 - 4 f_i (F + f_d) \tag{49}$$

est positif, pour les valeurs numériques considérées par Phillips. La solution n'est pas oscillatoire dans ce cas, même si en passant de l'équation (15) à l'équation (48) l'ordre a augmenté d'une unité. Comment expliquer ce résultat ? Pouvons-nous tenir encore le même raisonnement qu'auparavant, puisqu'à première vue, il semblerait que ce dernier résultat contredise les conclusions auxquelles nous sommes parvenus jusqu'à maintenant ? Oui, sans doute, nos conclusions précédentes restent toujours valables. Considérons en effet, le discriminant (49). Il est clair que son signe dépend du poids relatif des termes,

$$(s + f_p) \quad \text{et} \quad (F + f_d)$$

si nous retournons maintenant à l'équation-système (48) nous nous apercevons que précisément, le terme $(F + f_d)$ est le coefficient de $\ddot{y}$ et acte comme un facteur "perturbateur", alors que le terme $(s + f_p)$ est le coefficient de $\dot{y}$ et joue le rôle d'un facteur de "modération" ("damping coefficient") puisque $\dot{y}$ est "l'intégrale" de $\ddot{y}$. Encore une fois donc, les conclusions de Phillips sont contredits puisqu'ici le facteur de correction "proportionnel" $(f_p)$ joue le rôle d'un "damping coefficient".

Ainsi donc, les exemples examinés jusqu'à présent, nous montrent que, concernant le modèle (15) (ou tout autre modèle linéaire), les effets d'une politique de stabilisation sur la stabilité de la solution dépend de deux choses au moins :

– premièrement, de la forme du "time-lag", avec lequel, la politique est appliquée,
– deuxièmement, des poids relatifs du coefficient "modérateur" (damping coefficient) et du coefficient "perturbateur".

Les politiques, "proportionnelle", "intégrale" de "dérivée", leur

combinaison ou tout autre type de politique de stabilisation, ont un effet destabilisateur (ou stabilisateur) sur le "time-path" du revenu national, seulement si elles introduisent des différentiations (ou des intégrations) supplémentaires dans l'équation dynamique du système, représentée par l'équation (15). Et même dans ces cas, l'effet total et final dépendra des poids relatifs des coefficients de ces transformations supplémentaires.

Naturellement, les effets d'une politique sur la stabilité d'un système, dépend aussi du modèle utilisé pour décrire le système.

Si par exemple, le modèle est d'ordre, deux, et que nous appliquons une politique de "dérivée" telle que

$$G = f_d \dot{Y} \qquad (50)$$

nous introduisons alors, un facteur de "modération" (smoothing factor) puisque Y est "l'intégrale" de Y, comme cela peut être vérifié à l'aide du modèle du multiplicateur accélérateur suivant :

$$Z = C + I + G \qquad (51)$$

$$C = cY = (1-s)Y \qquad (52)$$

$$I = \frac{1}{1D + 1} v \dot{Y} \qquad (53)$$

$$G = - f_p Y - f_d \dot{Y} \qquad (54)$$

où 1 = "time-constant" du "lag" d'investissement et v = le coefficient d'accélération.
(notons que l'équation (53) est du même type que l'équation (22)).
L'offre est décrite comme avant, par :

$$\dot{Y} = -\frac{1}{F} (Y - Z) \qquad (55)$$

L'équation de "mouvement" qui en résulte à la forme suivante :

$$1F\ddot{Y} + \left[F + s1 + f_d (1 + 1) - v + f_p 1\right] \dot{Y} + (s + f_p) Y = o \qquad (56)$$

où l'on constate que le coefficient ($f_d$) est un élément du "damping coefficient".

$\left[F + s1 + f_d (1 + 1) - v + 1 f_p\right]$ et agit donc comme un facteur "modérateur".

Nous ne devons donc pas être surpris si, en appliquant la théorie du contrôle optimale aux mêmes modèles que Phillips, Turnovsky[2] trouve que la politique de stabilisation économique optimale, la meilleure parmi toutes les politiques possibles, est une combinaison d'une politique "proportionnelle" et d'une politique de "dérivée", pour une équation (modèle) différentielle du second ordre, et une politique "proportionnelle" pour une équation (modèle) du premier ordre. Ce qui corrobore nos résultats mais contredit par contre les conclusions de Phillips.

Pour terminer enfin, signalons une autre faiblesse de l'approche de Phillips, où les formes des actions "correctives" entreprises par l'Etat, ainsi que les facteurs de "correction" ($f_p$, $f_i$, $f_d$), sont choisis de manière exogène.

Les politiques préconisées sont choisies arbitrairement en ce sens qu'elles ne sont pas le résultat d'un processus d'optimisation où une fonction (objective) de coût, par exemple, serait minimisée afin de trouver la meilleure politique de stabilisation économique, non seulement parmi les trois politiques proposées par Phillips, mais parmi toutes les politiques de stabilisation, possibles. C'est qu'en effet Phillips s'intéresse à l'étude des caractéristiques de stabilité de trois spécifiques politiques de stabilisation, plutôt qu'à la recherche de politiques de stabilisation optimales. Ainsi donc, l'approche de Phillips se caractérise par le manque de toute tentative d'optimisation. Dès lors les politiques de stabilisation qu'il préconise ne sont pas optimales.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

AKACEM (K) : "An analytical explanation of A. W. Phillips stabilization policies," Journal of the college of administrative sciences, Riyad University, vol 6, 1978.

PHILLIPS (A. W) : "Stabilization policies in a closed economy," Economic Journal, LXIV (June 1954).

PHILLIPS (A. W) : "Stabilization policy and the time forms of lagged responses," Economic Journal, LXVII (June 1957).

TURNOVSKY (S. J) : "Optimal stabilization policies for deterministic and stochastic linear systems," Review of Economic Studies, XL (January 1973).

## Notes

[*] Chargé de cours à l'Institut des Sciences Economiques d'Alger.

[1] A. W. Phillips : voir les références n° 2 et 3.

[2] Voir référence n° 4.